

# Karakterizacija plastične anizotropije lima legure CuFe2P

---

Ljubić, Lea

Master's thesis / Diplomski rad

2021

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Electrical Engineering, Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:179:785095>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-24**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Electrical Engineering, Mechanical Engineering and Naval Architecture - University of Split](#)



**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I  
BRODOGRADNJE**

**DIPLOMSKI RAD**

**KARAKTERIZACIJA PLASTIČNE  
ANIZOTROPIJE LIMA LEGURE  $\text{CuFe}_{2}\text{P}$**

**Lea Ljubić**

Split, ožujak 2021.



Diplomski studij: **Strojarstvo**  
Smjer/Usmjerenje: **Konstruktivsko-energetsko strojarstvo**  
Oznaka programa: **261**  
Akademska godina: 2020./2021.

Ime i prezime: **LEA LJUBIĆ**  
Broj indeksa: **774-2016**

## ZADATAK DIPLOMSKOG RADA

Naslov: **KARAKTERIZACIJA PLASTIČNE ANIZOTROPIJE LIMA  
LEGURE CuFe2P**

Zadatak: Na temelju rezultata pokusa jednoosnog rastezanja potrebno je odrediti elastične i plastične karakteristike lima legure CuFe<sub>2</sub>P. Raspoloživi rezultati pokusa rastezanja jesu dijagrami sila – produljenje i dijagrami suženje – produljenje za uzorke lima različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja. Za svaku orijentaciju dostupni su podaci za četiri uzorka. Za ispitivane orijentacije primjenom standardnih postupaka odrediti reprezentativne elastične i plastične karakteristike: Youngov modul elastičnosti, Poissonov koeficijent, granicu tečenja, zakon očvršćavanja, vlačnu čvrstoću i Lankfordov koeficijent. Sukladno standardima odrediti Lankfordov koeficijent kao konstantnu i kao inkrementalnu veličinu. Razmotriti određivanje Lankfordova koeficijenta kao trenutne veličine na temelju aproksimacije dijagrama deformacije odgovarajućom nelinearnom funkcijom. Razmotriti promjene orijentacijskih ovisnosti naprezanja tečenja i Lankfordova koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije.

Prijava rada: 11.12.2020.

Rok za predaju rada: 14.9.2021.

Rad predan: 2.3.2021.

Predsjednik  
Odbora za diplomski rad:

Mentor:

prof. dr. sc. Sandro Nižetić

prof. dr. sc. Vedrana Cvitanić

## IZJAVA

Ovom izjavom potvrđujem da sam diplomski rad s naslovom "Karakterizacija plastične anizotropije lima legure CuFe2P" pod mentorstvom prof. dr. sc. Vedrane Cvitanić pisala samostalno, primijenivši znanja i vještine stečene tijekom studiranja na Fakultetu elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, kao i metodologiju znanstveno-istraživačkog rada, te uz korištenje literature koja je navedena u radu. Spoznaje, stavove, zaključke, teorije i zakonitosti drugih autora koje sam izravno ili parafrazirajući navela u diplomskom radu citirala sam i povezala s korištenim bibliografskim jedinicama.

Studentica



---

Lea Ljubić

*U ovom radu korišteni su eksperimentalni podaci  
ustupljeni od strane tvrtke Yazaki Europe Limited.*

*Zahvaljujem se mentorici prof. dr. sc. Vedrani Cvitanić  
na pruženoj pomoći tijekom pisanja ovog rada.*

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	1
<b>2. ELASTIČNE I PLASTIČNE KARAKTERISTIKE MATERIJALA</b> .....	2
<b>2.1. Pokus rastezanja</b> .....	2
<b>2.2. Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent</b> .....	6
<b>2.3. Granica tečenja i zakon očvršćavanja</b> .....	8
<b>2.4. Lankfordov koeficijent</b> .....	9
2.4.1. Određivanje Lankfordovog koeficijenta prema standardu BS ISO 10113:2006.....	10
2.4.2. Određivanje Lankfordovog koeficijenta prema nestandardnoj metodi .....	14
<b>3. POKUS RASTEZANJA UZORAKA LIMA</b> .....	17
<b>4. ODREĐIVANJE ELASTIČNIH KARAKTERISTIKA</b> .....	21
<b>5. ODREĐIVANJE GRANICE TEČENJA I ZAKONA OČVRŠĆAVANJA</b> .....	24
<b>6. ODREĐIVANJE LANKFORDOVOG KOEFICIJENTA</b> .....	30
<b>6.1. Lankfordov koeficijent kao konstantna veličina</b> .....	32
6.1.1. Odabir reprezentativnih uzoraka za svaku orijentaciju na temelju konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta .....	33
6.1.2. Analitičko predviđanje visina posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja na temelju orijentacijske ovisnosti Lankfordovog koeficijenta .....	35
6.1.3. Eksperimentalne visine izvučene posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja .....	38
6.1.4. Odabir reprezentativnih uzoraka za svaku orijentaciju na temelju eksperimentalnih visina izvučene posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja .....	41
<b>6.2. Lankfordov koeficijent kao inkrementalna veličina</b> .....	44
<b>6.3. Lankfordov koeficijent kao trenutna veličina</b> .....	48
<b>7. PROMJENA ORIJENTACIJSKE OVISNOSTI NAPREZANJA TEČENJA S     NAPREDOVANJEM PLASTIČNE DEFORMACIJE</b> .....	55
<b>8. PROMJENA ORIJENTACIJSKE OVISNOSTI LANKFORDOVOG KOEFICIJENTA S     NAPREDOVANJEM PLASTIČNE DEFORMACIJE</b> .....	65

<b>9. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>77</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>80</b>
<b>SAŽETAK .....</b>	<b>81</b>
<b>SUMMARY .....</b>	<b>82</b>
<b>PRILOG .....</b>	<b>83</b>



## 1. UVOD

Limovi metalnih materijala imaju izraženo usmjerenu strukturu koja nastaje kao posljedica obrade postupcima valjanja i uzrokuje anizotropiju njihovih mehaničkih svojstava. Anizotropija limova je zbog simetrije postupka valjanja ortotropna, što znači da postoje tri međusobno okomite osi materijalne simetrije. Mehanička elastična i plastična svojstva limova se zbog anizotropije najčešće određuju pokusima jednoosnog rastezanja uzoraka čije uzdužne osi zatvaraju različite kuteve s pravcem valjanja. Na temelju poznatih mehaničkih svojstava moguće je predvidjeti ponašanje materijala u postupcima obrade deformiranjem kao što je na primjer postupak cilindričnog dubokog vučenja.

U ovom radu određuju se elastične i plastične karakteristike lima legure CuFe2P na temelju raspoloživih rezultata pokusa jednoosnog rastezanja. U drugom poglavlju definirane su osnovne elastične i plastične karakteristike materijala koje se mogu odrediti na temelju rezultata pokusa jednoosnog rastezanja. U trećem poglavlju razmatraju se rezultati dobiveni jednoosnim pokusom rastezanja uzoraka lima legure CuFe2P različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja. U četvrtom poglavlju određene su vrijednosti elastičnih karakteristika ispitivanih uzoraka: Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent. U petom poglavlju određuju se vrijednosti plastičnih karakteristika: granica tečenja, vlačna čvrstoća i zakon očvršćavanja kojim se opisuje očvršćavanje materijala uslijed plastične deformacije. U šestom poglavlju razmatra se određivanje Lankfordovog koeficijenta kao konstantne, kao inkrementalne i kao trenutne veličine te odabir reprezentativnih uzoraka za svaku orijentaciju. U sedmom poglavlju analizira se promjena orijentacijske ovisnosti napreznja tečenja, a u osmom poglavlju promjena orijentacijske ovisnosti Lankfordovog koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije u pokusu rastezanja. U posljednjem devetom poglavlju izneseni su zaključci o dobivenim vrijednostima elastičnih i plastičnih karakteristika ispitivanog materijala.

## 2. ELASTIČNE I PLASTIČNE KARAKTERISTIKE MATERIJALA

### 2.1. Pokus rastezanja

Mehaničke, elastične i plastične karakteristike materijala najčešće se određuju jednostavnim pokusima kao što je pokus jednoosnog rastezanja. Pokus jednoosnog rastezanja provodi se tako da se uzorak ispitivanog materijala odgovarajućeg standardnog oblika i dimenzija postavi u čeljusti ispitnog stroja i na krajevima optereti silom  $F$ . Tijekom pokusa kontinuirano se mjeri sila  $F$  i promjena duljine  $\Delta l$  mjernog dijela uzorka. Promjena duljine  $\Delta l$  jednaka je razlici trenutne duljine  $l$  i početne duljine  $l_0$  mjernog dijela uzorka:

$$\Delta l = l - l_0 \quad (2.1)$$

Iz rezultata mjerenja dobivenih pokusom rastezanja može se nacrtati dijagram ovisnosti sile o produljenju, odnosno dijagram rastezanja  $F - \Delta l$ . Kako bi rezultati pokusa bili općenitiji i neovisni o dimenzijama uzoraka, oni se najčešće prikazuju u obliku dijagrama naprezanje - deformacija. Ovi se dijagrami dobivaju pomoću slijedećih izraza.

Nominalno naprezanje  $\sigma_0$  dobiva se dijeljenjem sile  $F$  sa početnom površinom poprečnog presjeka uzorka  $A_0$ :

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} \quad (2.2)$$

Stvarno naprezanje  $\sigma$  dobiva se dijeljenjem sile  $F$  sa trenutnom površinom poprečnog presjeka  $A$ :

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.3)$$

Površina poprečnog presjeka uzorka se tijekom rastezanja smanjuje pa je stvarno naprezanje veće od nominalnog.

Nominalna deformacija duljine  $\varepsilon_l$  jednaka je omjeru promjene duljine  $\Delta l$  i početne duljine mjernog dijela uzorka  $l_0$ :

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.4)$$

Infinitezimalni prirast stvarne deformacije duljine  $d\varepsilon_l^N$  jednak je omjeru infinitezimalnog prirasta duljine  $dl$  i trenutne duljine uzorka  $l$ :

$$d\varepsilon_l^N = \frac{dl}{l} \quad (2.5)$$

pa se stvarna deformacija duljine  $\varepsilon_l^N$  može dobiti integriranjem izraza (2.5):

$$\varepsilon_l^N = \int_{l_0}^l d\varepsilon_l^N = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln(l) - \ln(l_0) = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (2.6)$$

Veza između stvarne i nominalne deformacije duljine glasi:

$$\varepsilon_l^N = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_l) \quad (2.7)$$

Iz uvjeta plastične nestlačivosti, prema kojemu se pretpostavlja da se pri plastičnoj deformaciji volumen ne mijenja, slijedi:

$$V_0 = V$$

$$A_0 \cdot l_0 = A \cdot l$$

$$\frac{A_0}{A} = \frac{l}{l_0} \quad (2.8)$$

pa se pomoću izraza (2.2), (2.3) i (2.8) može izvesti i veza između stvarnog i nominalnog naprezanja:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{A_0}{A} = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{l}{l_0} = \sigma_0 \cdot \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = \sigma_0 \cdot (1 + \varepsilon_l) \quad (2.9)$$

Analogno izrazima (2.1), (2.4) i (2.7) mogu se napisati izrazi za deformacije u smjeru širine i debljine uzorka.

Promjena širine  $\Delta w$  i promjena debljine  $\Delta t$  jednake su:

$$\Delta w = w - w_0 \quad (2.10)$$

$$\Delta t = t - t_0 \quad (2.11)$$

gdje  $w$  i  $t$  predstavljaju trenutnu širinu i trenutnu debljinu, a  $w_0$  i  $t_0$  početnu širinu i početnu debljinu mjernog dijela uzorka.

Nominalna deformacija širine  $\varepsilon_w$  i nominalna deformacija debljine  $\varepsilon_t$  jednake su:

$$\varepsilon_w = \frac{\Delta w}{w_0} \quad (2.12)$$

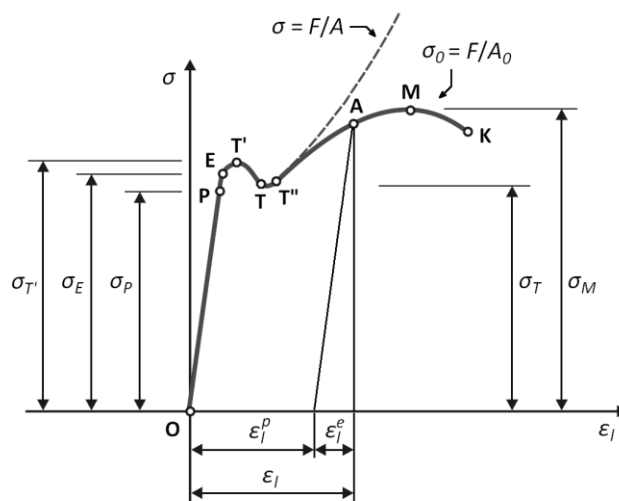
$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{t_0} \quad (2.13)$$

Stvarna deformacija širine  $\varepsilon_w^N$  i stvarna deformacija debljine  $\varepsilon_t^N$  računaju se kao:

$$\varepsilon_w^N = \ln\left(\frac{w}{w_0}\right) = \ln\left(\frac{w_0 + \Delta w}{w_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_w) \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_t^N = \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) = \ln\left(\frac{t_0 + \Delta t}{t_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_t) \quad (2.15)$$

Na slici 2.1. prikazan je tipičan izgled dijagrama ovisnosti naprezanja o deformaciji za niskouglični čelik. Na slici je punom linijom označeno nominalno naprezanje  $\sigma_0$  a isprekidanom linijom stvarno naprezanje  $\sigma$ .



Slika 2.1. Tipičan izgled dijagrama naprezanje - deformacija za niskouglični čelik [1]

Na dijagramu se mogu uočiti neke karakteristične točke i područja. Od ishodišta  $O$  do točke  $P$  ovisnost naprezanja o deformaciji je linearna i unutar tog područja vrijedi Hookeov zakon. Naprezanje u točki  $P$  naziva se granica proporcionalnosti  $\sigma_P$ . Daljnjim rastezanjem uzorka do točke  $E$  ovisnost između naprezanja i deformacije više nije linearna ali je deformacija i dalje elastična (povrativa) pa se uzorak nakon rasterećenja vraća u prvobitni oblik i dimenzije. Naprezanje u točki  $E$  naziva se granica elastičnosti  $\sigma_E$  i predstavlja najveće naprezanje za koje se materijal ponaša elastično. Nakon točke  $E$  deformacija je elasto-plastična, u materijalu nakon rasterećenja zaostaju trajne plastične deformacije te se on ne vraća u prvobitni oblik.

Daljnjim rastezanjem uzorka naprezanje raste sve do točke  $T'$  koja predstavlja gornju granicu tečenja  $\sigma_{T'}$ . Nakon  $T'$  naprezanje pada do točke  $T$  koja predstavlja donju granicu tečenja  $\sigma_T$ . To je najmanje naprezanje pri kojem deformacija raste bez porasta opterećenja. Od točke  $T$  do  $T''$  uzorak se rasteže pri približno konstantnom naprezanju, a nakon točke  $T''$  za porast deformacije potreban je i porast naprezanja tj. materijal očvršćava.

U točki  $M$  naprezanje postiže maksimalnu vrijednost. Naprezanje  $\sigma_M$  naziva se vlačna ili rastezna čvrstoća i predstavlja najveće naprezanje koje materijal može podnijeti. Nakon točke  $M$  materijal se ponaša nestabilno te se naprezanje potrebno za porast deformacije smanjuje sve do točke  $K$  u kojoj nastupa lom.

Ako se uzorak optereti u plastičnom području iznad granice tečenja (npr. točka  $A$  na slici 2.1.) njegova ukupna deformacija duljine  $\varepsilon_l$  jednaka je zbroju elastične i plastične komponente deformacije:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_l^e + \varepsilon_l^p \quad (2.16)$$

gdje  $\varepsilon_l^e$  označava elastičnu, a  $\varepsilon_l^p$  plastičnu deformaciju duljine.

Analogno izrazu (2.16), mogu se napisati izrazi za stvarne deformacije duljine  $\varepsilon_l^N$ , širine  $\varepsilon_w^N$  i debljine  $\varepsilon_t^N$ :

$$\varepsilon_l^N = \varepsilon_l^{Ne} + \varepsilon_l^{Np} \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_w^N = \varepsilon_w^{Ne} + \varepsilon_w^{Np} \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_t^N = \varepsilon_t^{Ne} + \varepsilon_t^{Np} \quad (2.19)$$

gdje su  $\varepsilon_l^{Ne}$ ,  $\varepsilon_w^{Ne}$  i  $\varepsilon_t^{Ne}$  stvarne elastične deformacije, a  $\varepsilon_l^{Np}$ ,  $\varepsilon_w^{Np}$  i  $\varepsilon_t^{Np}$  stvarne plastične deformacije duljine, širine i debljine.

## 2.2. Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent

U elastičnom području dijagrama  $\sigma - \varepsilon_l$  prikazanog na slici 2.1., od ishodišta  $O$  do granice proporcionalnosti  $\sigma_p$  (točka  $P$ ) ovisnost naprezanja o deformaciji je približno linearna i opisuje se Hookeovim zakonom za jednoosno stanje naprezanja:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_l^e \quad (2.20)$$

Koeficijent proporcionalnosti  $E$  u gornjem izrazu naziva se Youngov modul elastičnosti i predstavlja nagib pravca kojim se opisuje ovisnost  $\sigma - \varepsilon_l$  u elastičnom području dijagrama kao što je prikazano na slici 2.2. Iz izraza (2.20) slijedi da je Youngov modul elastičnosti jednak:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_l^e} \quad (2.21)$$

Pokusima je također ustanovljeno da u elastičnom području vrijedi i linearna ovisnost između deformacije širine i deformacije duljine:

$$\varepsilon_w^e = -\nu \cdot \varepsilon_l^e \quad (2.22)$$

Veličina  $\nu$  u prethodnom izrazu predstavlja koeficijent proporcionalnosti i naziva se Poissonov koeficijent. Iz (2.22) slijedi:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_w^e}{\varepsilon_l^e} \quad (2.23)$$

Budući da se tijekom rastezanja duljina uzorka povećava a širina smanjuje, deformacije  $\varepsilon_l^e$  i  $\varepsilon_w^e$  su uvijek suprotnog predznaka pa je Poissonov koeficijent pozitivan broj.

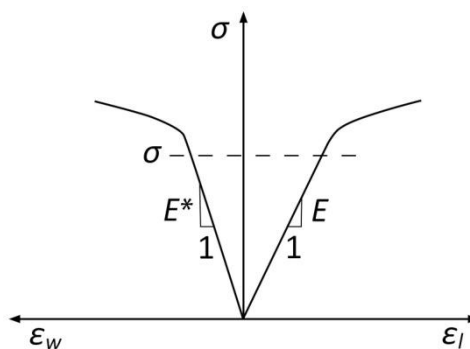
Analogno izrazu (2.21), za elastičnu deformaciju širine  $\varepsilon_w^e$  može se napisati:

$$E^* = -\frac{\sigma}{\varepsilon_w^e} \quad (2.24)$$

gdje koeficijent  $E^*$  predstavlja nagib pravca kojim se opisuje ovisnost  $\sigma - \varepsilon_w$  u elastičnom području kao što je prikazano na slici 2.2.

Uvrštavanjem izraza (2.24) i (2.21) u (2.23) dobiva se da je Poissonov koeficijent jednak omjeru modula elastičnosti  $E$  i  $E^*$ :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_w^e}{\varepsilon_l^e} = -\frac{-\frac{\sigma}{E^*}}{\frac{\sigma}{E}} = \frac{E}{E^*} \quad (2.25)$$



Slika 2.2. Moduli elastičnosti  $E$  i  $E^*$

### 2.3. Granica tečenja i zakon očvršćavanja

Kod materijala koji imaju izraženu granicu tečenja, ona se lako može odrediti iz dijagrama ovisnosti naprezanje - deformacija koji se dobivaju pokusom rastezanja. Kod nekih materijala granica tečenja nije izražena te se teško može eksperimentalno odrediti. U tom slučaju uvodi se dogovorna konvencionalna granica tečenja  $\sigma_{0,2}$ . To je ono naprezanje koje izaziva trajnu plastičnu deformaciju duljine iznosa  $\epsilon^p = 0,002$  odnosno 0,2% početne duljine ispitivanog uzorka. Za konvencionalnu granicu tečenja mogu se koristiti i neke druge vrijednosti trajne plastične deformacije duljine kao npr.  $\epsilon^p = 0,0001 = 0,01\%$ .

Pojava očvršćavanja materijala u jednoosnom pokusu rastezanja predstavlja povećanje naprezanja tečenja potrebnog za prirast plastične deformacije. Očvršćavanje materijala u plastičnom području opisuje se različitim modelima očvršćavanja od kojih je najjednostavniji model izotropnog očvršćavanja.

Kod modela izotropnog linearnog očvršćavanja, očvršćavanje se opisuje linearnim zakonom:

$$\sigma(\epsilon_i^p) = \sigma_{T0} + H \cdot \epsilon_i^p \quad (2.26)$$

Kod modela izotropnog nelinearnog očvršćavanja, očvršćavanje materijala se opisuje različitim nelinearnim zakonima kao što su:

- Ludwikov zakon očvršćavanja:  $\sigma(\epsilon_i^p) = \sigma_{T0} + C \cdot (\epsilon_i^p)^n$  (2.27)

- Swiftov zakon očvršćavanja:  $\sigma(\epsilon_i^p) = k \cdot (\epsilon_0 + \epsilon_i^p)^n$  (2.28)

- Voceov zakon očvršćavanja:  $\sigma(\epsilon_i^p) = R + Q \cdot (1 - e^{-b \cdot \epsilon_i^p})$  (2.29)

- Swift-Voceov zakon očvršćavanja:  $\sigma(\epsilon_i^p) = c \cdot (k \cdot (\epsilon_0 + \epsilon_i^p)^n) + (1 - c)(R + Q \cdot (1 - e^{-b \cdot \epsilon_i^p}))$  (2.30)

Veličine  $C$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $\epsilon_0$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $b$  i  $c$  navedene u izrazima (2.27), (2.28), (2.29) i (2.30) predstavljaju parametre zakona očvršćavanja. Ovi parametri se određuju aproksimacijom eksperimentalno određene ovisnosti  $\sigma - \epsilon^p$  odgovarajućim numeričkim postupcima kao što je npr. metoda najmanjih kvadrata odstupanja.



## 2.4. Lankfordov koeficijent

Lankfordov koeficijent predstavlja mjeru anizotropije plastičnog toka materijala lima i definira se kao omjer stvarne plastične deformacije širine  $\varepsilon_w^{Np}$  i stvarne plastične deformacije debljine  $\varepsilon_t^{Np}$  uzorka u pokusu jednoosnog rastezanja:

$$r = \frac{\varepsilon_w^{Np}}{\varepsilon_t^{Np}} \quad (2.31)$$

Iz uvjeta plastične nestlačivosti može se dobiti:

$$\begin{aligned} \varepsilon_l^{Np} + \varepsilon_w^{Np} + \varepsilon_t^{Np} &= 0 \\ \varepsilon_t^{Np} &= -(\varepsilon_l^{Np} + \varepsilon_w^{Np}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Uvrštavanjem izraza (2.32) u (2.31) slijedi da se Lankfordov koeficijent može izračunati iz vrijednosti stvarne plastične deformacije duljine i stvarne plastične deformacije širine uzorka:

$$r = \frac{\varepsilon_w^{Np}}{\varepsilon_t^{Np}} = \frac{\varepsilon_w^{Np}}{- (\varepsilon_l^{Np} + \varepsilon_w^{Np})} \quad (2.33)$$

Za izotropan materijal, stvarne plastične deformacije na pravcu širine i na pravcu debljine su jednake ( $\varepsilon_w^{Np} = \varepsilon_t^{Np}$ ) pa vrijedi da je  $r = 1$ . Za anizotropan materijal vrijednost Lankfordovog koeficijenta je različita od jedan ( $r \neq 1$ ) i razlikuje se za uzorke lima različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja.

### 2.4.1. Određivanje Lankfordovog koeficijenta prema standardu BS ISO 10113:2006

Lankfordov koeficijent se prema standardu BS ISO 10113:2006 [2] određuje na temelju linearne aproksimacije dijagrama ovisnosti stvarne plastične deformacije širine o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine. Dijagram  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  dobiva se iz rezultata pokusa rastezanja pri čemu se vrijednosti stvarne plastične deformacije duljine računaju iz izraza:

$$\varepsilon_l^{Np} = \ln \left[ \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} - \frac{F}{A_0 \cdot E} \right] \quad (2.34)$$

a vrijednosti stvarne plastične deformacije širine iz izraza:

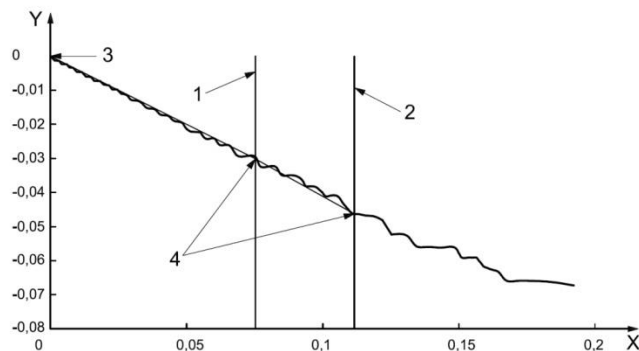
$$\varepsilon_w^{Np} = \ln \left[ \left( (w_0 - \Delta w) + \frac{w_0 \cdot \nu \cdot F}{A_0 \cdot E} \right) / w_0 \right] \quad (2.35)$$

Prema ovom standardu potrebno je odrediti pravac koji najbolje aproksimira eksperimentalnu krivulju ovisnosti  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  na promatranom području kao što je prikazano na slici 2.3. Lankfordov koeficijent se zatim može izračunati iz izraza:

$$r = \frac{d\varepsilon_w^{Np}}{-(d\varepsilon_l^{Np} + d\varepsilon_w^{Np})} = \frac{\frac{d\varepsilon_w^{Np}}{d\varepsilon_l^{Np}}}{-\left(\frac{d\varepsilon_l^{Np} + d\varepsilon_w^{Np}}{d\varepsilon_l^{Np}}\right)} = \frac{\frac{d\varepsilon_w^{Np}}{d\varepsilon_l^{Np}}}{-\left(1 + \frac{d\varepsilon_w^{Np}}{d\varepsilon_l^{Np}}\right)} = -\frac{m_r}{1 + m_r} \quad (2.36)$$

gdje veličina  $m_r$  predstavlja nagib pravca aproksimacije:

$$m_r = \frac{d\varepsilon_w^{Np}}{d\varepsilon_l^{Np}} \quad (2.37)$$



Slika 2.3. Određivanje Lankfordovog koeficijenta na temelju linearne aproksimacije dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  [2]

Prema ovom standardu Lankfordov koeficijent se može odrediti na dva načina: kao konstantna i kao inkrementalna veličina.

Lankfordov koeficijent kao konstantna veličina dobiva se na način da se iz ishodišta dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_f^{Np}$  povuče pravac koji najbolje aproksimira eksperimentalne vrijednosti  $\varepsilon_w^{Np}$  i  $\varepsilon_f^{Np}$  na cijelom razmatranom području. Nagib pravca aproksimacije  $m_r$  određuje se metodom najmanjih kvadrata odstupanja. Prema ovoj metodi suma kvadrata odstupanja  $e_i$  svih mjernih točaka od točaka na pravcu aproksimacije mora biti što manja.

Općenito, za točke na pravcu koji prolazi kroz ishodište vrijedi:

$$y_i = a \cdot x_i \quad (2.38)$$

gdje je  $a$  nagib pravca.

Prema metodi najmanjih kvadrata odstupanja traži se minimum funkcije:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a \cdot x_i)^2 \quad (2.39)$$

Da bi suma kvadrata odstupanja bila minimalna mora biti ispunjen uvjet:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n (y_i - a \cdot x_i)^2 = 0 \quad (2.40)$$

Iz (2.40) slijedi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial a} (y_i - a \cdot x_i)^2 &= 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i) \cdot (-x_i) &= 0 \\ - \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i + a \sum_{i=1}^n x_i^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2.41)$$

Uvrštavanjem  $a = m_r$ ,  $x = \varepsilon_l^{Np}$  i  $y = \varepsilon_w^{Np}$  u (2.41) dobiva se konačan izraz za nagib pravca  $m_r$ :

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} \cdot \varepsilon_{l,i}^{Np}}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2} \quad (2.42)$$

Iz nagiba pravca može se izračunati konstantna vrijednost Lankfordovog koeficijenta pomoću izraza (2.36).

Lankfordov koeficijent kao inkrementalna veličina određuje se na način da se područje dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  podijeli na niz intervala  $\Delta$  i na svakom intervalu odredi pravac aproksimacije koji ne mora prolaziti kroz ishodište. Za svaki interval potrebno je odrediti nagib pravca aproksimacije  $m_r$  i vrijednost  $r$ . Nagib pravca aproksimacije također se može izračunati metodom najmanjih kvadrata odstupanja kako je pokazano u nastavku.

Općenito, za točke na pravcu koji ne prolazi kroz ishodište vrijedi:

$$y_i = a \cdot x_i + b \quad (2.43)$$

gdje je  $a$  nagib pravca, a  $b$  odsječak na osi  $y$ .

Traži se minimum funkcije:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i + b)]^2 \quad (2.44)$$

Da bi suma kvadrata odstupanja bila minimalna moraju biti ispunjeni uvjeti:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i + b)]^2 = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i + b)]^2 = 0 \quad (2.46)$$

Iz (2.45) slijedi:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial a} [y_i - a \cdot x_i - b]^2 = 0 \\
 & \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i - b) \cdot (-x_i) = 0 \\
 & - \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i + a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = 0 \\
 & a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2.47)
 \end{aligned}$$

Iz (2.46) slijedi:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial b} [y_i - a \cdot x_i - b]^2 = 0 \\
 & \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i - b) \cdot (-1) = 0 \\
 & - \sum_{i=1}^n y_i + a \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = 0 \\
 & b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

Uvrštavanjem izraza (2.48) u izraz (2.47), nakon sređivanja dobiva se:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (2.49)$$

Uvrštavanjem  $a = m_r$ ,  $x = \varepsilon_l^{Np}$  i  $y = \varepsilon_w^{Np}$  u (2.49) dobiva se konačan izraz za računanje nagiba pravca  $m_r$ :

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} \cdot \varepsilon_{l,i}^{Np} - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n \varepsilon_{l,i}^{Np} \cdot \sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np})}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n \varepsilon_{l,i}^{Np})^2} \quad (2.50)$$

## 2.4.2. Određivanje Lankfordovog koeficijenta prema nestandardnoj metodi

Lankfordov koeficijent može se odrediti kao promjenjiva veličina na temelju aproksimacije dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  odgovarajućom nelinearnom funkcijom kao što je npr. polinom 3. stupnja:

$$p(\varepsilon_l^{Np}) = a \cdot (\varepsilon_l^{Np})^3 + b \cdot (\varepsilon_l^{Np})^2 + c \cdot \varepsilon_l^{Np} + d \quad (2.51)$$

Koeficijenti polinoma  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  mogu se odrediti metodom najmanjih kvadrata odstupanja kako je prikazano u nastavku.

Općenito, jednažba polinoma 3. stupnja glasi:

$$p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad (2.52)$$

Razmatra se minimum funkcije:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i + d)]^2 \quad (2.53)$$

Da bi suma kvadrata odstupanja bila minimalna moraju biti ispunjeni uvjeti:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i + d)]^2 = 0 \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i + d)]^2 = 0 \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial}{\partial c} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i + d)]^2 = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial d} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i + d)]^2 = 0 \quad (2.57)$$

Iz (2.54) slijedi:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial a} [y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d]^2 = 0$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d) \cdot (-x_i^3) = 0 \\
& - \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i^3 + a \sum_{i=1}^n x_i^6 + \sum_{i=1}^n (b \cdot x_i^5 + c \cdot x_i^4 + d \cdot x_i^3) = 0 \\
& a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i^3 - \sum_{i=1}^n (b \cdot x_i^5 + c \cdot x_i^4 + d \cdot x_i^3)}{\sum_{i=1}^n x_i^6} \tag{2.58}
\end{aligned}$$

Iz (2.55) slijedi:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial b} [y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d]^2 = 0 \\
& \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d) \cdot (-x_i^2) = 0 \\
& - \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^4 + \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^5 + c \cdot x_i^3 + d \cdot x_i^2) = 0 \\
& b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i^2 - \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^5 + c \cdot x_i^3 + d \cdot x_i^2)}{\sum_{i=1}^n x_i^4} \tag{2.59}
\end{aligned}$$

Iz (2.56) slijedi:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial c} [y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d]^2 = 0 \\
& \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d) \cdot (-x_i) = 0 \\
& - \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i + c \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^4 + b \cdot x_i^3 + d \cdot x_i) = 0 \\
& c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^4 + b \cdot x_i^3 + d \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \tag{2.60}
\end{aligned}$$

Iz (2.57) slijedi:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial d} [y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d]^2 = 0 \\
& \sum_{i=1}^n 2(y_i - a \cdot x_i^3 - b \cdot x_i^2 - c \cdot x_i - d) \cdot (-1) = 0 \\
& - \sum_{i=1}^n y_i + d \cdot n + \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i) = 0 \\
& d = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i^3 + b \cdot x_i^2 + c \cdot x_i)}{n} \tag{2.61}
\end{aligned}$$

Uvrštavanjem  $x = \varepsilon_l^{Np}$  i  $y = \varepsilon_w^{Np}$  u izraze (2.58), (2.59), (2.60) i (2.61) dobivaju se konačni izrazi za koeficijente polinoma  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^3 - \sum_{i=1}^n (b \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^5 + c \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^4 + d \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^3)}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_{l,i}^{Np})^6} \tag{2.62}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2 - \sum_{i=1}^n (a \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^5 + c \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^3 + d \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2)}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_{l,i}^{Np})^4} \tag{2.63}$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np}) - \sum_{i=1}^n (a \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^4 + b \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^3 + d \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np}))}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2} \tag{2.64}$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{w,i}^{Np} - \sum_{i=1}^n (a \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^3 + b \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np})^2 + c \cdot (\varepsilon_{l,i}^{Np}))}{n} \tag{2.65}$$

Nagib tangente  $m_r$  u proizvoljnoj točki jednak je derivaciji polinomne funkcije:

$$m_r = 3 \cdot a \cdot (\varepsilon_l^{Np})^2 + 2 \cdot b \cdot \varepsilon_l^{Np} + c \tag{2.66}$$

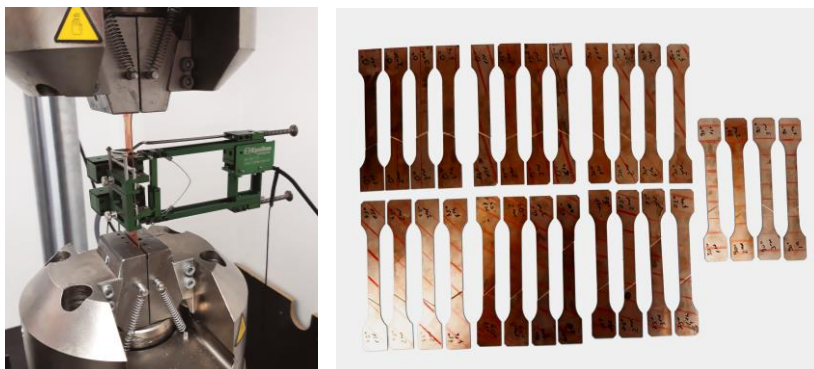
Trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta u svakoj točki računaju se pomoću nagiba  $m_r$  iz izraza (2.36).



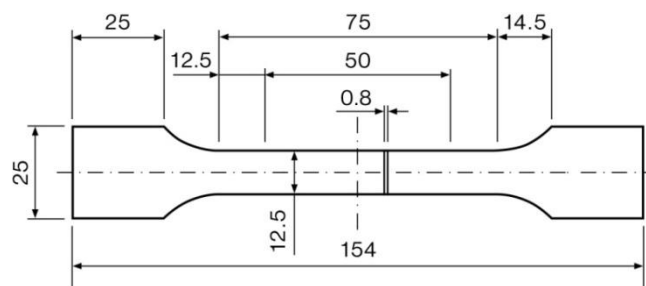
### 3. POKUS RASTEZANJA UZORAKA LIMA

U ovom radu korišteni su rezultati prethodno provedenih pokusa rastezanja uzoraka lima bakrene legure CuFe2P debljine 0,8 mm. Pokusi rastezanja provedeni su u Laboratoriju za konstrukcije (FESB) na INSTRON - servo-hidrauličnoj dinamičkoj kidalici. Pokusi su provedeni na uzorcima lima različitih orijentacija tj. na uzorcima čije uzdužne osi zatvaraju kutove 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° i 90° u odnosu na pravac valjanja. Za svaku orijentaciju korištena su po četiri uzorka. Pokusi su provedeni na način da je upravljano pomakom čeljusti kidalice pri konstantnoj brzini od 0,02 mm/s. Pokus rastezanja i ispitani uzorci prikazani su na slici 3.1., a početni oblik i dimenzije uzoraka na slici 3.2.

Rezultati mjerenja sadrže silu  $F$ [kN] te promjenu duljine  $\Delta l$ [mm] i promjenu širine  $\Delta w$ [mm] mjernog dijela uzorka. Za mjerenje promjene duljine korišten je uzdužni ekstenzometar EPSILON 3542 a za mjerenje promjene širine poprečni ekstenzometar EPSILON 3575AVG-ST.



Slika 3.1. Pokus rastezanja i ispitivani uzorci

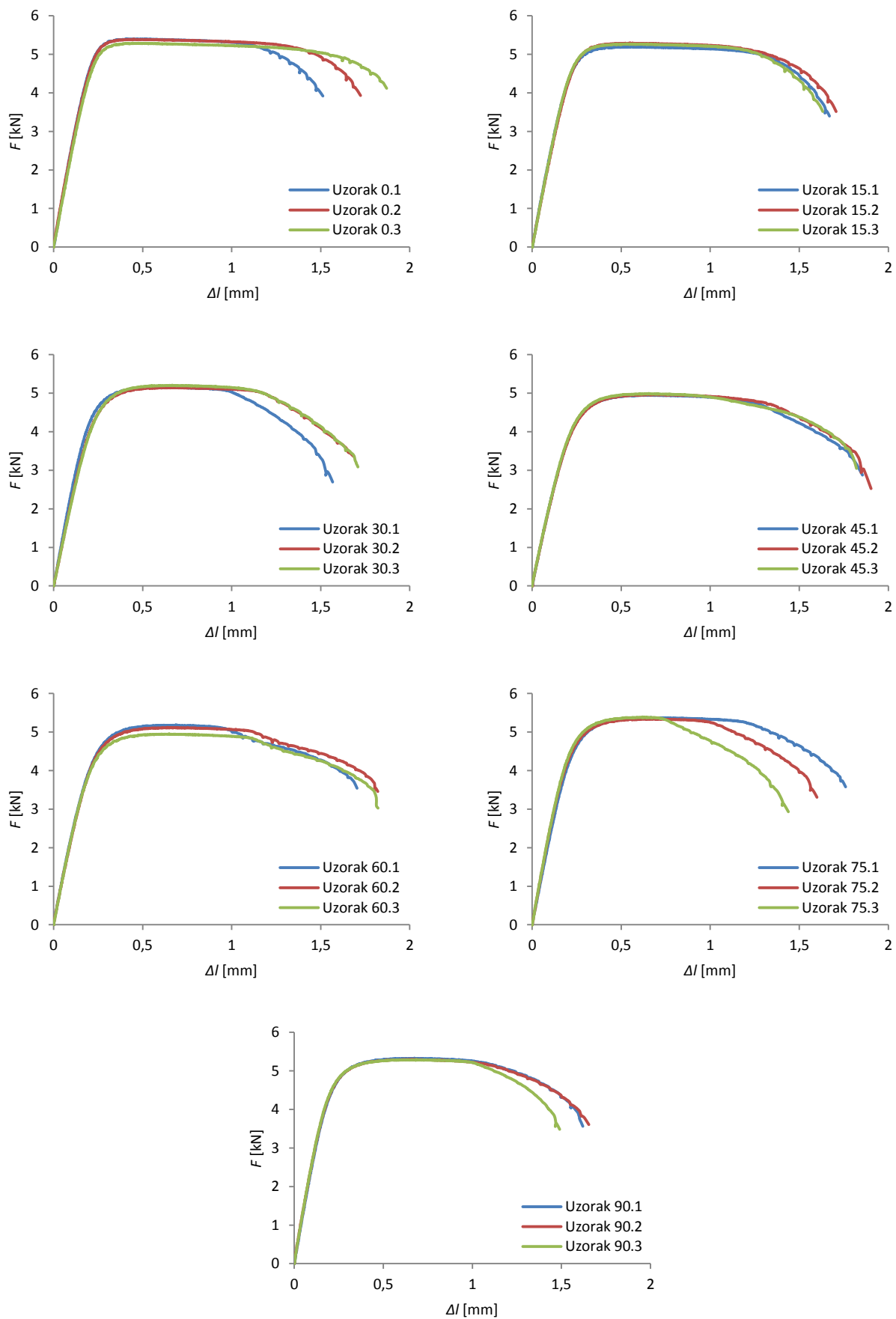


Slika 3.2. Početni oblik i dimenzije uzoraka [mm]

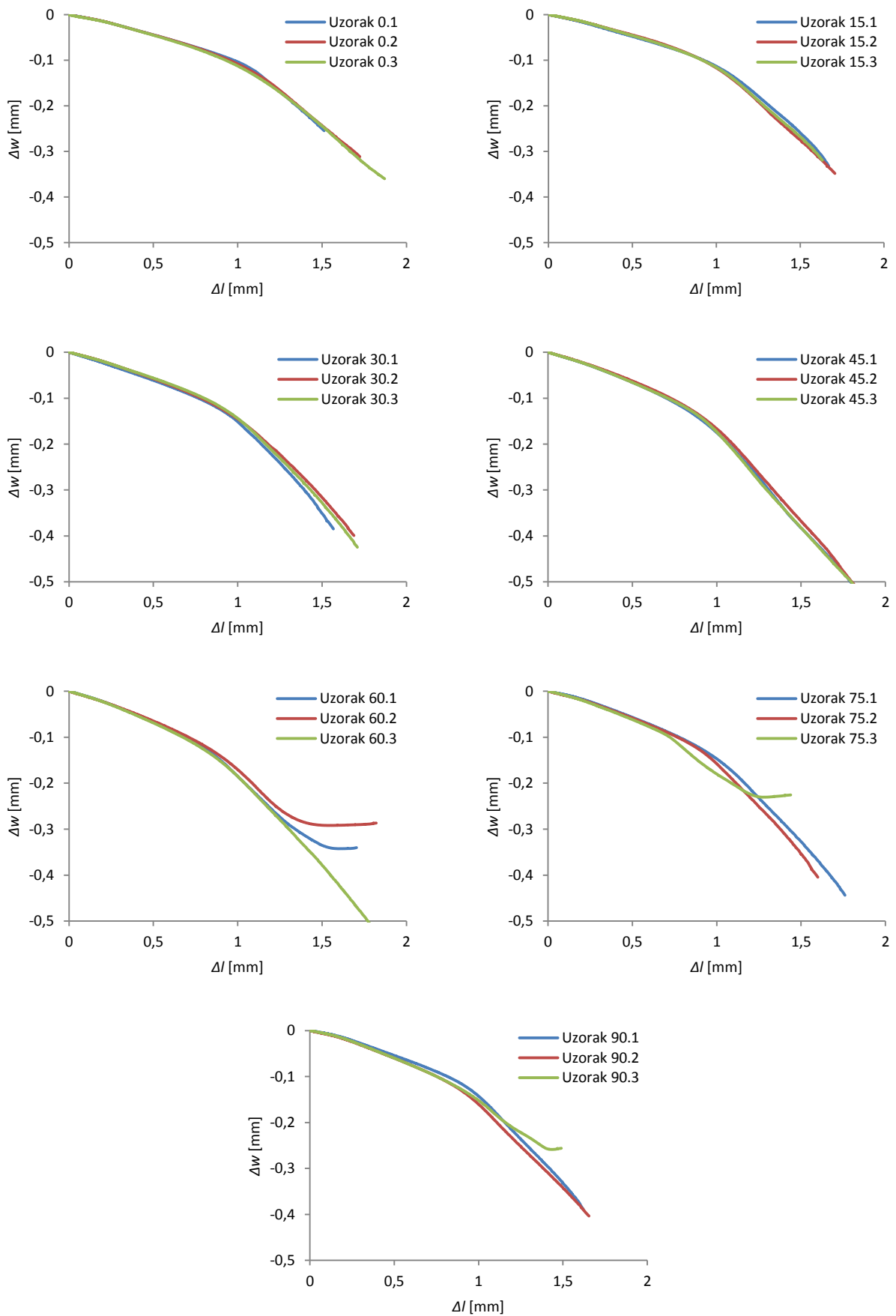
Od četiri početna uzorka za svaku orijentaciju odbačen je po jedan uzorak za koji se dobivaju neprihvatljivi rezultati mjerenja te se dalje razmatraju samo tri preostala uzorka. Uzorci koji se dalje razmatraju označeni su sa dvije brojčane oznake odjeljene točkom od kojih prva označava orijentaciju ( $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ) a druga redni broj uzorka (1, 2, 3). Tako npr. oznaka Uzorak 0.1 predstavlja uzorak orijentacije  $0^\circ$  i rednog broja 1.

Iz podataka dobivenih pokusom rastezanja mogu se nacrtati dijagrami ovisnosti sile o produljenju ( $F - \Delta l$ ) te dijagrami ovisnosti promjene širine o promjeni duljine ( $\Delta w - \Delta l$ ). Na slici 3.3. prikazani su dijagrami  $F - \Delta l$ , a na slici 3.4. dijagrami  $\Delta w - \Delta l$  za sve ispitivane uzorke. Pri tome su rezultati za uzorke iste orijentacije prikazani na jednom dijagramu.

Sa slike 3.3. vidljivo je da su vrijednosti produljenja pri lomu uzoraka vrlo male, odnosno da uzorci imaju malu rastezljivost. Dijagrami  $F - \Delta l$  za uzorke iste orijentacije se značajno ne razlikuju u području stabilnog ponašanja materijala (u području u kojem je potreban porast sile za porast produljenja) dok se u nestabilnom području (u kojemu je za porast produljenja potrebna manja sila) krivulje značajnije razlikuju, pogotovo za orijentacije  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $75^\circ$  i  $90^\circ$ . Također, sa slike 3.4. može se uočiti da krivulje ovisnosti  $\Delta w - \Delta l$  za većinu uzoraka pri produljenju većem od  $\Delta l = 1$  mm imaju znatno veći nagib.



Slika 3.3. Dijagrami ovisnosti sile o produljenju ( $F - \Delta l$ )



Slika 3.4. Dijagrami ovisnosti promjene širine o promjeni duljine ( $\Delta w - \Delta l$ )

#### 4. ODREĐIVANJE ELASTIČNIH KARAKTERISTIKA

Da bi se odredile elastične karakteristike: Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent potrebno je iz dijagrama  $F - \Delta l$  dobivenih pokusom rastezanja (prikazanih na slici 3.3.) izvesti dijagrame ovisnosti stvarnog napreznja o stvarnoj deformaciji duljine ( $\sigma - \varepsilon^N$ ). Pri tome se vrijednosti stvarne deformacije duljine  $\varepsilon^N$  i stvarnog napreznja  $\sigma$  računaju pomoću izraza (2.7) i (2.9). Dijagrami  $\sigma - \varepsilon^N$  prikazani su na slici 4.1. za svaku od sedam orijentacija sa po tri pripadajuća uzorka. Sukladno dijagramima sila - produljenje prikazanim na slici 3.3., može se uočiti da su u stabilnom području dijagrami  $\sigma - \varepsilon^N$  za različite uzorke iste orijentacije približno isti dok se u nestabilnom području značajnije razlikuju, posebno za orijentacije  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $75^\circ$  i  $90^\circ$ .

Vrijednosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta ispitivanih uzoraka određene su na slijedeći način.

Youngov modul elastičnosti se prema izrazu (2.21) definira kao omjer stvarnog napreznja i stvarne plastične deformacije duljine:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_l^N} \quad (4.1)$$

a Poissonov koeficijent prema izrazu (2.23) kao omjer stvarne plastične deformacije širine i stvarne plastične deformacije duljine:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_w^N}{\varepsilon_l^N} \quad (4.2)$$

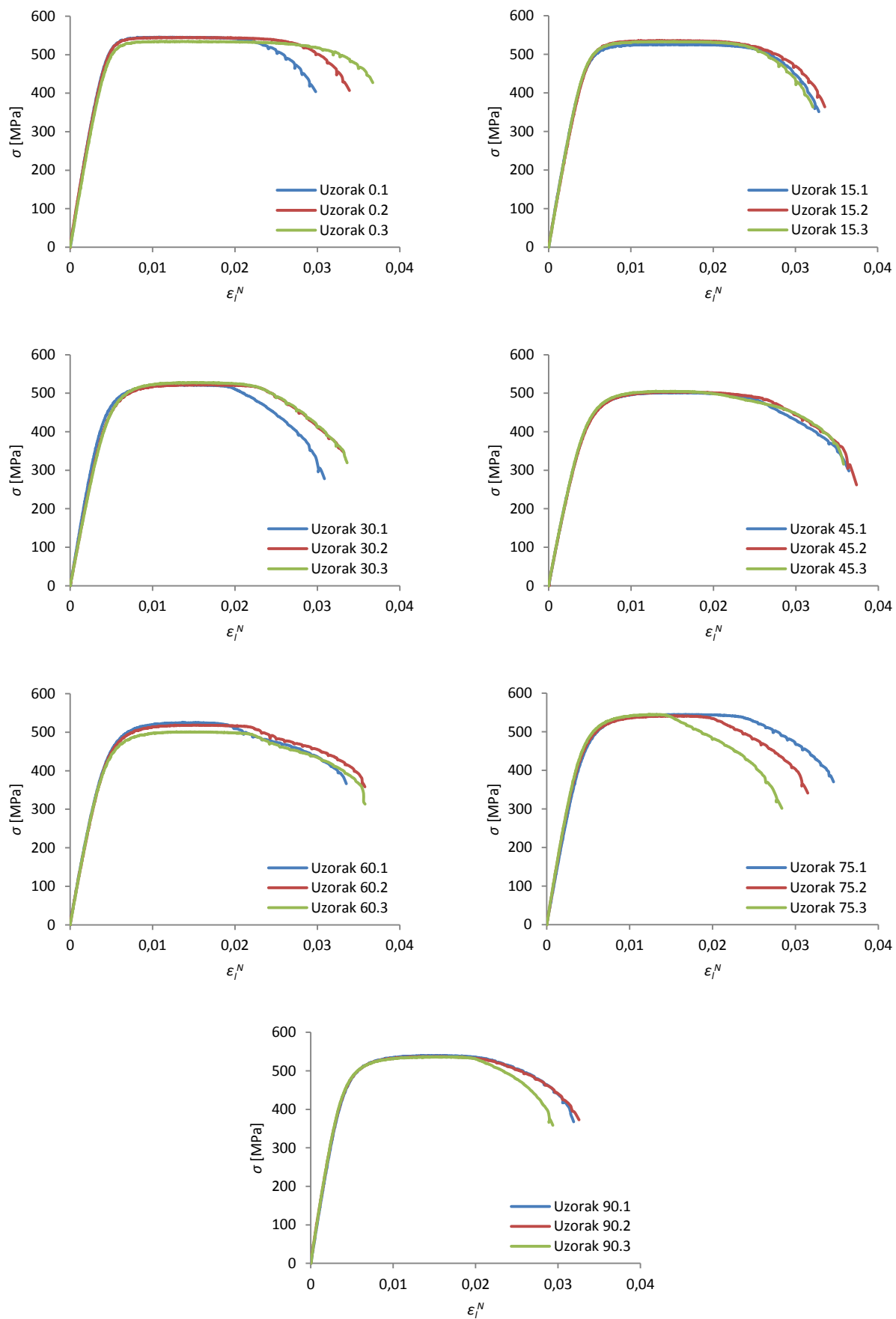
Za svaki se uzorak razmatranjem dijagrama  $\sigma - \varepsilon^N$  sa slike 4.1. odredi elastično linearno područje unutar kojeg vrijedi Hookeov zakon (2.20) i veza (2.22). Za svaki par vrijednosti  $\sigma$  i  $\varepsilon^N$  unutar tog elastičnog područja iz izraza (4.1) izračunaju se vrijednosti  $E$  te se njihova srednja vrijednost uzima kao Youngov modul elastičnosti razmatranog uzorka.

Također, za parove vrijednosti  $\varepsilon_w^N$  i  $\varepsilon_l^N$  iz elastičnog područja dijagrama iz izraza (4.2) izračunaju se vrijednosti  $\nu$  te se njihova srednja vrijednost usvaja kao Poissonov koeficijent za razmatrani uzorak.

Vrijednosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta za sve uzorke su prikazane u tablici 4.1. Iz tablice je vidljivo da se vrijednosti Youngovog modula kreću u rasponu od 108 - 143 GPa a vrijednosti Poissonovog koeficijenta u rasponu 0,23 - 0,46. Također se može uočiti da postoji određena anizotropija elastičnih svojstava, odnosno da se za različite orijentacije dobivaju različite srednje vrijednosti  $E$  i  $\nu$ . Elastična anizotropija se obično zanemaruje te se u proračunima za sve orijentacije usvajaju jednake vrijednosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta. U ovom radu, za daljnje računanje se koriste vrijednosti  $E$  i  $\nu$  izračunate za svaki uzorak posebno (tj. vrijednosti navedene u tablici 4.1.)

*Tablica 4.1. Vrijednosti Youngovog modula elastičnosti  $E$  i Poissonovog koeficijenta  $\nu$*

Orijentacija uzorka	Redni broj uzorka	$E$ [MPa]	$\nu$
0°	1	128 480	0,271
	2	137 710	0,289
	3	120 670	0,307
15°	1	122 210	0,308
	2	117 740	0,275
	3	118 760	0,278
30°	1	121 910	0,452
	2	109 780	0,368
	3	108 720	0,380
45°	1	110 920	0,434
	2	111 130	0,408
	3	114 440	0,438
60°	1	123 930	0,347
	2	120 060	0,464
	3	117 420	0,414
75°	1	117 350	0,281
	2	126 930	0,370
	3	129 230	0,305
90°	1	129 960	0,234
	2	143 330	0,361
	3	138 740	0,269



Slika 4.1. Dijagrami ovisnosti stvarnog naprezanja o stvarnoj deformaciji duljine ( $\sigma - \epsilon^N$ )

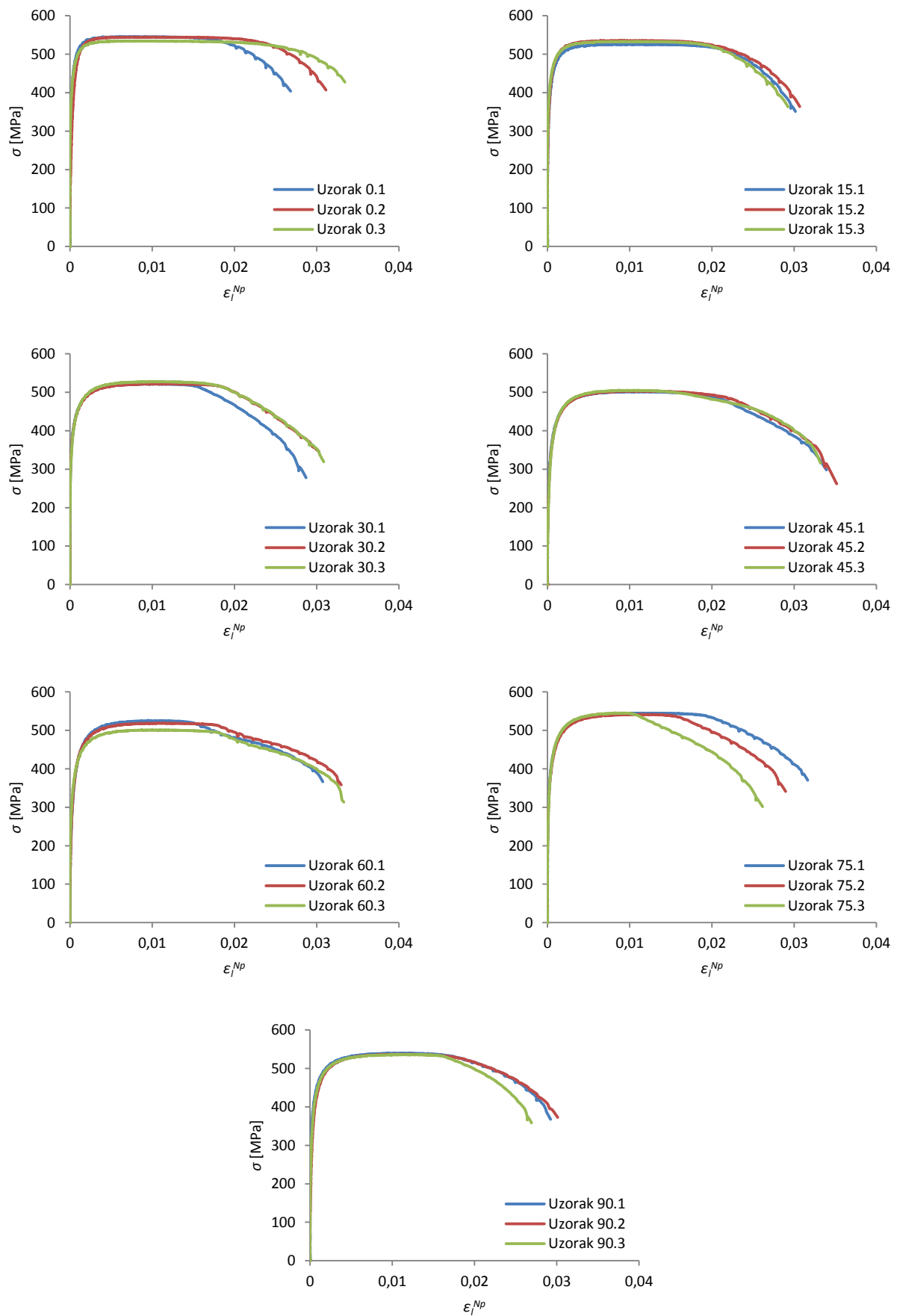
## 5. ODREĐIVANJE GRANICE TEČENJA I ZAKONA OČVRŠĆAVANJA

Za određivanje granice tečenja potrebno je iz dijagrama  $\sigma - \varepsilon^{Np}$  prikazanih na slici 4.1. odrediti dijagrame stvarno naprezanje - stvarna plastična deformacija duljine. Vrijednosti stvarne plastične deformacije duljine  $\varepsilon^{Np}$  računaju se prema standardu BS ISO 10113:2006 [2] iz izraza (2.34) pri čemu se za svaki uzorak uzimaju pripadne izračunate vrijednosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta prikazane u tablici 4.1. Dijagrami  $\sigma - \varepsilon^{Np}$  za sve ispitane uzorke prikazani su na slici 5.1. Na temelju ovih dijagrama određene su dvije dogovorne granice tečenja:  $\sigma_{0,01}$  i  $\sigma_{0,2}$ . Granica tečenja  $\sigma_{0,01}$  predstavlja naprezanje koje izaziva trajnu plastičnu deformaciju iznosa  $\varepsilon^{Np} = 0,0001$  a granica  $\sigma_{0,2}$  naprezanje koje izaziva trajnu plastičnu deformaciju  $\varepsilon^{Np} = 0,002$ . U tablici 5.1. navedene su vrijednosti granica tečenja  $\sigma_{0,01}$  i  $\sigma_{0,2}$  te vrijednosti vlačne čvrstoće  $\sigma_M$  za svaki uzorak. Iz tablice 5.1. vidljivo je da se vrijednosti granice tečenja  $\sigma_{0,01}$  kreću u rasponu 205 - 365 MPa, granice  $\sigma_{0,2}$  u rasponu 461 - 537 MPa, a vlačne čvrstoće  $\sigma_M$  u rasponu 501 - 545 MPa.

Tablica 5.1. Vrijednosti granice tečenja  $\sigma_{0,01}$ , granice tečenja  $\sigma_{0,2}$  i vlačne čvrstoće  $\sigma_M$

Orijentacija uzorka	Redni broj uzorka	$\sigma_{0,01}$ [MPa]	$\sigma_{0,2}$ [MPa]	$\sigma_M$ [MPa]
0°	1	364,290	537,480	545,594
	2	226,933	531,897	544,759
	3	365,966	524,431	534,559
15°	1	316,823	505,878	526,238
	2	319,608	517,150	535,919
	3	340,840	515,745	533,399
30°	1	329,233	491,634	522,061
	2	331,130	489,592	522,335
	3	320,345	494,083	528,037
45°	1	233,337	463,772	501,973
	2	216,440	461,265	503,908
	3	205,802	463,239	505,749
60°	1	214,354	479,426	526,254
	2	221,995	476,247	518,883
	3	256,072	465,851	501,778
75°	1	303,374	505,488	545,163
	2	291,848	500,705	542,198
	3	289,066	506,659	545,898
90°	1	310,408	503,403	540,159
	2	227,195	494,820	537,345
	3	272,218	498,570	536,778





Slika 5.1. Dijagrami ovisnosti stvarnog napreznja o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine ( $\sigma - \epsilon_i^{Np}$ )

U ovom radu, očvršćavanje uzoraka uslijed plastične deformacije opisuje se nelinearnim Voce zakonom očvršćavanja koji prema izrazu (2.29) glasi:

$$\sigma_V(\varepsilon_i^{Np}) = R + Q \cdot (1 - e^{-b \cdot \varepsilon_i^{Np}}) \quad (5.1)$$

gdje veličine  $R$ ,  $Q$  i  $b$  predstavljaju parametre Voce zakona očvršćavanja.

Krivulje Voce zakona očvršćavanja  $\sigma_V - \varepsilon_i^{Np}$ , određene su razmatranjem dva različita područja stvarne plastične deformacije duljine  $\varepsilon_i^{Np}$ . Pri tome se za donju granicu oba područja usvaja vrijednost  $\varepsilon_i^{Np} = 0,0001$  dok se za gornju granicu koriste dvije različite vrijednosti stvarne plastične deformacije:  $\varepsilon_i^{Np} = 0,006$  i  $\varepsilon_i^{Np} = 0,013$ . Za svako od ovih područja (veće područje  $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,013$  i manje područje  $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,006$ ) posebno se određuju parametri Voce zakona očvršćavanja  $R$ ,  $Q$  i  $b$  te pripadne krivulje očvršćavanja  $\sigma_V - \varepsilon_i^{Np}$ .

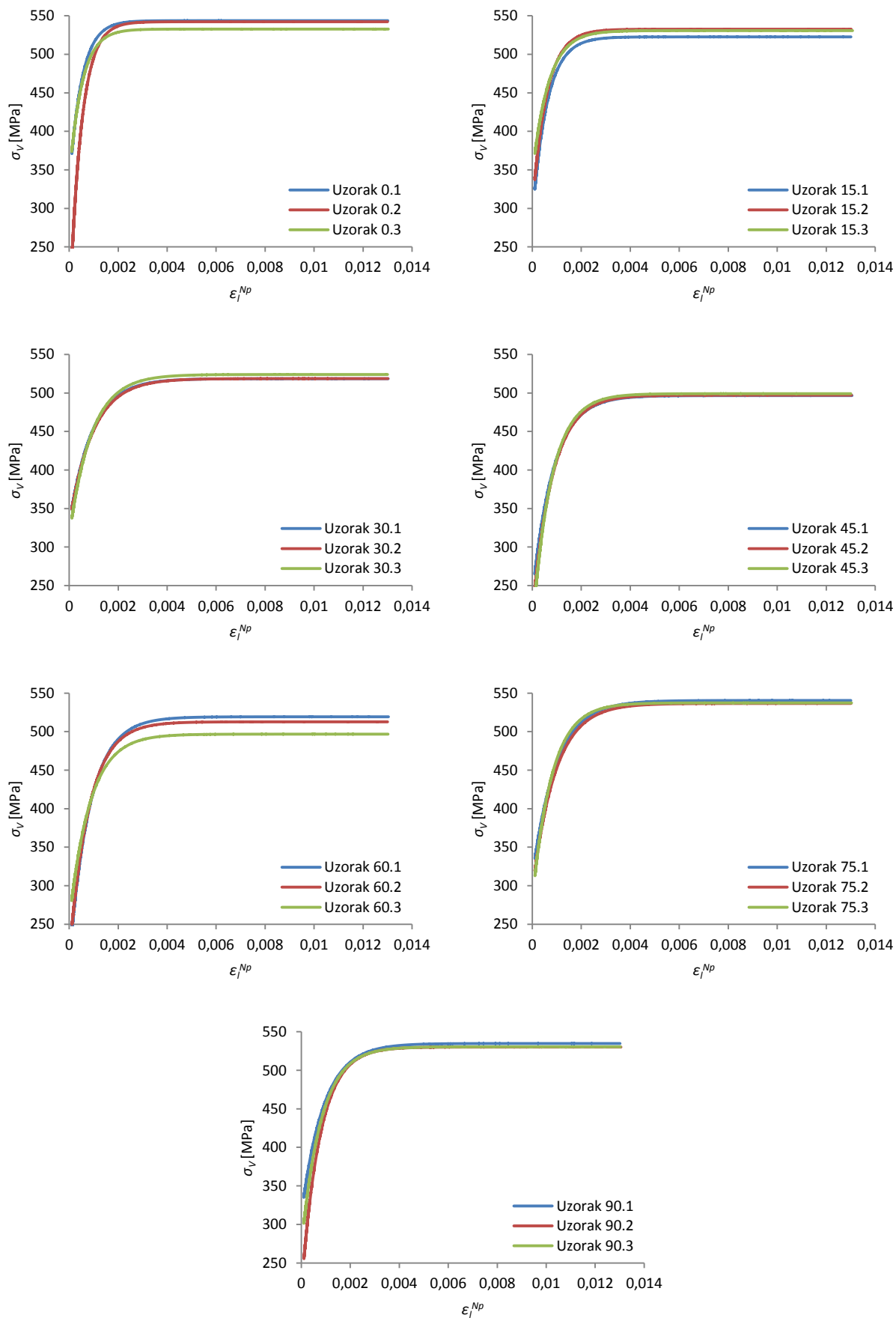
Parametri Voce zakona očvršćavanja određeni su pomoću programa napisanog u Matlabu metodom najmanjih kvadrata odstupanja. Pri tom se kao ulazni podaci koriste eksperimentalne vrijednosti stvarne plastične deformacije duljine  $\varepsilon_i^{Np}$  i stvarnog naprezanja  $\sigma$ . Matlab kod računa parametre  $R$ ,  $Q$  i  $b$  za koje je suma kvadrata odstupanja naprezanja  $\sigma_V$  od eksperimentalnih vrijednosti  $\sigma$  minimalna, odnosno traže se vrijednosti  $R$ ,  $Q$  i  $b$  za koje funkcija  $\Sigma(\sigma_V - \sigma)^2$  postiže svoj minimum.

Vrijednosti parametara Voce zakona očvršćavanja svih uzoraka za oba razmatrana područja ( $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,013$  i  $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,006$ ) navedene su u tablici 5.2. Krivulje Voce zakona očvršćavanja  $\sigma_V - \varepsilon_i^{Np}$  za područje  $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,013$  prikazane su na slici 5.2.a), a za područje  $0,0001 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,006$  na slici 5.2.b).

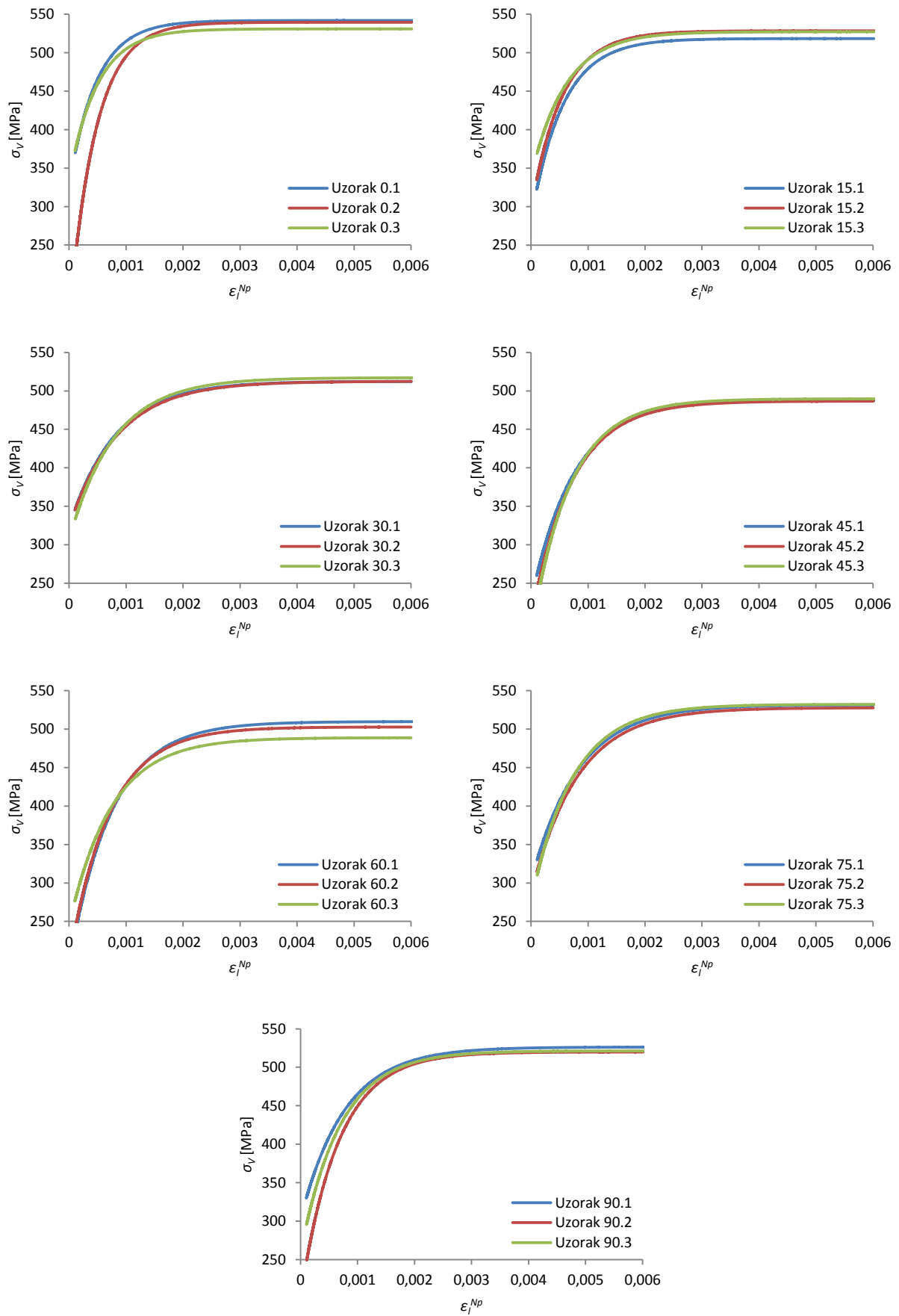
Reprezentativna naprezanja tečenja i reprezentativne krivulje očvršćavanja za svaku orijentaciju određene su razmatranjem reprezentativnih uzoraka odabranih na temelju vrijednosti Lankfordovog koeficijenta kao konstantne veličine na način prikazan u nastavku u poglavlju 6.1.

Tablica 5.2. Parametri Voce zakona očvršćavanja za područje  $0,0001 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$   
i područje  $0,0001 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$

Orijentacija uzorka	Redni broj uzorka	$0,0001 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$			$0,0001 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$		
		Q	b	R	Q	b	R
0°	1	2004,247	214,992	328,649	2075,778	215,760	326,076
	2	2109,748	387,485	154,757	2166,511	388,049	151,444
	3	1939,082	195,478	337,221	2014,090	196,138	334,764
15°	1	1665,829	234,194	288,399	1791,326	234,921	283,437
	2	1710,532	232,086	300,460	1837,296	233,026	295,448
	3	1531,223	187,771	342,927	1650,577	188,430	338,797
30°	1	1083,049	189,350	329,158	1230,313	189,536	322,851
	2	1038,114	189,381	329,279	1180,950	189,422	322,970
	3	1103,637	210,617	313,356	1254,408	210,771	306,352
45°	1	1175,076	260,763	235,853	1339,376	261,085	226,820
	2	1211,471	284,714	212,420	1397,895	284,740	201,960
	3	1292,846	304,487	194,599	1462,162	305,353	184,331
60°	1	1194,899	317,425	201,854	1339,842	317,209	192,524
	2	1237,942	304,553	208,167	1408,318	305,279	197,456
	3	1180,517	243,936	252,808	1340,353	243,709	245,058
75°	1	1040,734	229,286	311,179	1215,149	229,590	301,924
	2	1064,516	243,092	293,498	1228,144	242,757	284,919
	3	1258,448	256,905	280,384	1362,498	257,227	274,916
90°	1	1114,038	223,626	311,196	1298,669	223,801	302,427
	2	1319,061	316,926	213,266	1508,674	318,711	201,142
	3	1239,588	260,985	269,580	1435,105	262,152	259,135



Slika 5.2.a) Krivulje Voce zakona očvršćavanja za područje  $0,0001 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,013$

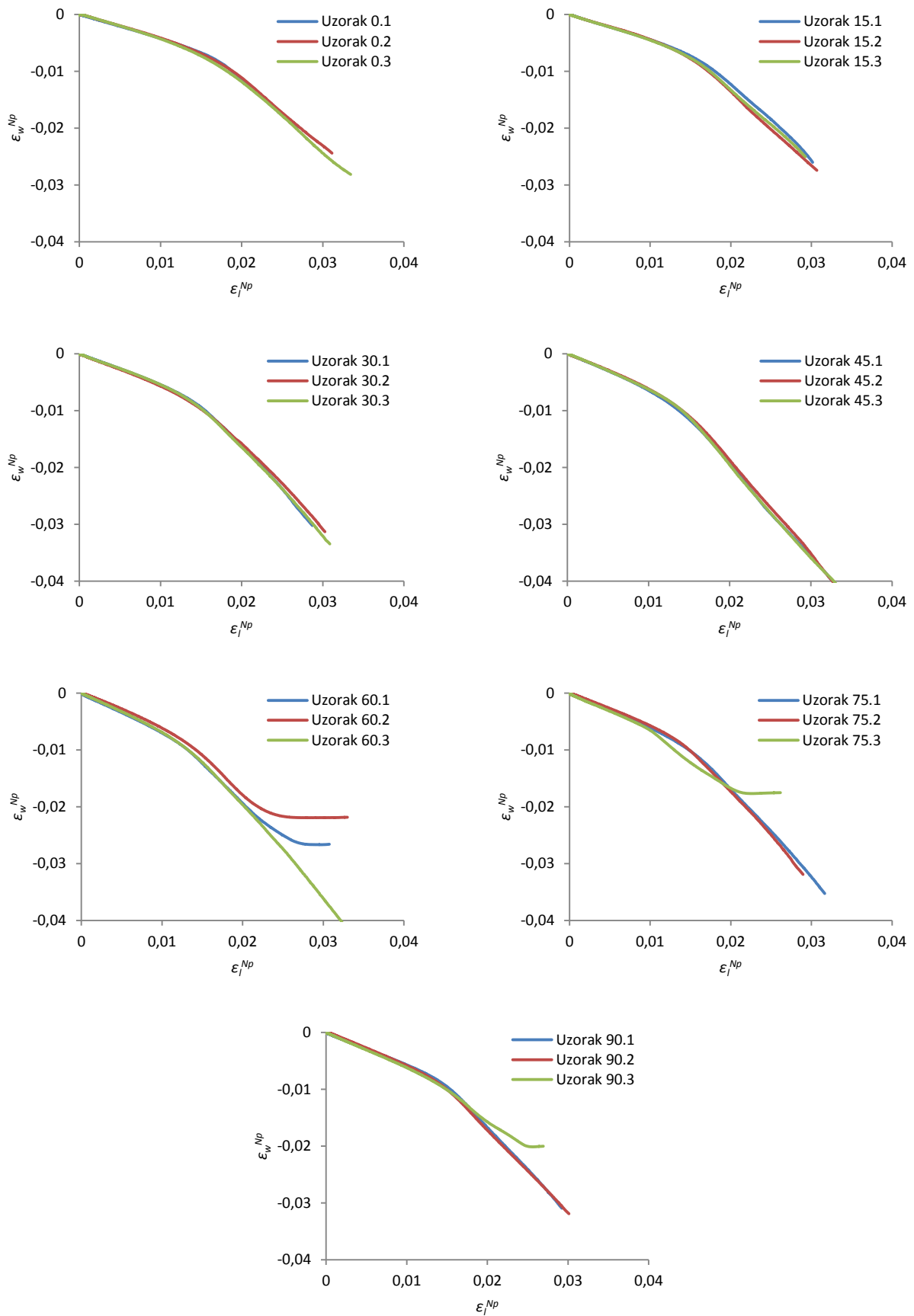


Slika 5.2.b) Krivulje Voce zakona očvršćavanja za područje  $0,0001 \leq \epsilon_p^{Np} \leq 0,006$

## 6. ODREĐIVANJE LANKFORDOVOG KOEFICIJENTA

Kako bi se odredio Lankfordov koeficijent potrebno je odrediti dijagrame ovisnosti stvarne plastične deformacije širine o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine ( $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$ ). Plastične komponente deformacija širine i duljine računaju se prema standardu BS ISO 10113:2006 [2] iz izraza (2.34) i (2.35) pri čemu se za svaki uzorak uzimaju pripadne izračunate vrijednosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta prikazane u tablici 4.1. Dijagrami  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  za sve uzorke prikazani su na slici 6.1.

Sukladno dijagramima ovisnosti promjene širine o promjeni duljine na slici 3.4 i dijagramima ovisnosti stvarnog naprezanja o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine na slici 5.1. može se uočiti da su u stabilnom području dijagrami  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  za različite uzorke iste orijentacije približno isti dok se u nestabilnom području značajnije razlikuju. Također, može se primjetiti da se nagib krivulja  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  za većinu uzoraka pri stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine većoj od  $\varepsilon_l^{Np} = 0,013$  naglo povećava.



Slika 6.1. Dijagrami ovisnosti stvarne plastične deformacije širine o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine ( $\epsilon_w^{Np}$  -  $\epsilon_l^{Np}$ )

## 6.1. Lankfordov koeficijent kao konstantna veličina

Lankfordov koeficijent kao konstantna veličina računa se prema standardu BS ISO 10113:2006 [2] na temelju linearne aproksimacije dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  prikaznih na slici 6.1. na način koji je prethodno opisan u poglavlju 2.4.1.

Konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaki su uzorak izračunate za dva različita područja linearne aproksimacije: veće područje aproksimacije koje obuhvaća raspon stvarne plastične deformacije  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i manje područje aproksimacije u rasponu  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$ . Pravci aproksimacije u oba slučaja prolaze kroz ishodište i aproksimiraju krivulju  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  na cijelom razmatranom području.

Tablica 6.1. Konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta izračunate na temelju linearne aproksimacije dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  na području  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i području  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$

Orijentacija uzorka	Redni broj uzorka	$r$	
		$0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$	$0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$
0°	1	0,733	0,715
	2	0,704	0,630
	3	0,749	0,645
15°	1	0,804	0,800
	2	0,801	0,763
	3	0,835	0,806
30°	1	1,196	1,071
	2	1,329	1,224
	3	1,201	1,089
45°	1	1,826	1,444
	2	1,623	1,305
	3	1,674	1,379
60°	1	2,417	2,293
	2	1,578	1,158
	3	2,259	1,854
75°	1	1,601	1,564
	2	1,338	1,105
	3	2,034	1,821
90°	1	1,354	1,422
	2	1,376	1,115
	3	1,652	1,598



Dobivene konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za sve uzorke navedene su u tablici 6.1. Iz tablice 6.1. je vidljivo da se ove vrijednosti znatno mijenjaju s promjenom orijentacije uzorka. Za područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  vrijednosti se kreću u rasponu od  $r = 0,7 - 2,4$  dok se za područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$  dobivaju nešto niže vrijednosti u rasponu  $r = 0,6 - 2,3$ . U oba slučaja najveće vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivaju se za uzorke orijentacije  $60^\circ$ .

#### 6.1.1. Odabir reprezentativnih uzoraka za svaku orijentaciju na temelju konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta

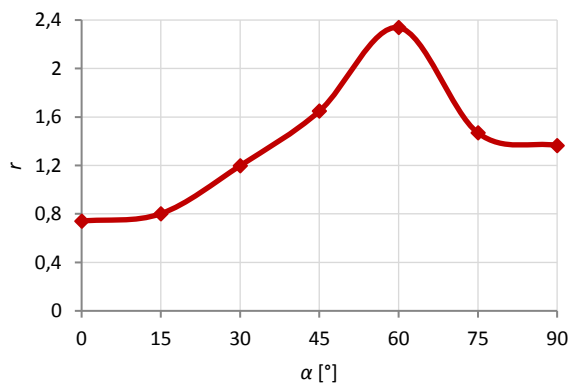
Reprezentativni uzorci za svaku orijentaciju odabiru se na temelju konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta navedenih u tablici 6.1. Uzorci se odabiru na način da se za svaku orijentaciju od tri uzorka odaberu po dva reprezentativna sa bližim vrijednostima  $r$ , dok se treći uzorak odbacuje. Za svaku orijentaciju mogu se odrediti i pripadne reprezentativne vrijednosti konstantnog Lankfordovog koeficijenta. One se dobivaju tako da se iz vrijednosti  $r$  za odabrana dva uzorka izračuna srednja vrijednost koja se zatim uzima kao reprezentativna za tu orijentaciju. Npr. za uzorke orijentacije  $0^\circ$  iz tablice 6.1. vidljivo je da za područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  uzorci 1 i 3 imaju bližu vrijednost  $r$  pa se oni uzimaju kao reprezentativni dok se uzorak 2 odbacuje. Uzorak 1 ima vrijednost  $r = 0,733$ , a uzorak 3 vrijednost  $r = 0,749$ . Srednja vrijednost ovih dvaju koeficijenata iznosi  $0,741$  i uzima se kao reprezentativna vrijednost konstantnog Lankfordovog koeficijenta za orijentaciju  $0^\circ$ .

U tablici 6.2. navedeni su odabrani reprezentativni uzorci i odgovarajuće reprezentativne konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju za oba razmatrana područja aproksimacije: područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ . Na slici 6.2. prikazana je orijentacijska ovisnost reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta  $r(\alpha)$  za područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$  dobivena iz podataka navedenih u tablici 6.2.

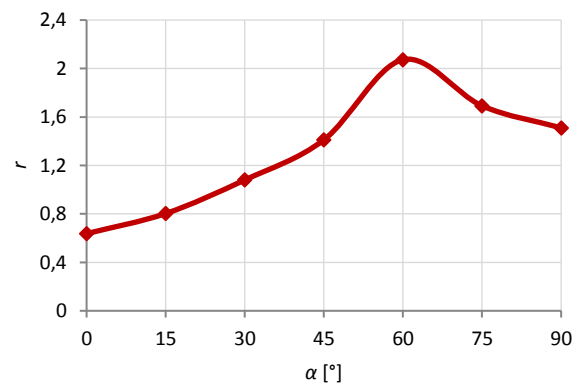
Sa slike 6.2. je vidljivo da se za jedno i drugo područje aproksimacije konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta značajno mijenjaju s promjenom orijentacije uzorka. Pri tome se za manje područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$  dobivaju nešto niže vrijednosti  $r$ .

Tablica 6.2. Reprezentativni uzorci i reprezentativna konstantna vrijednost Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

Orijentacija uzorka	$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$		$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$	
	odabrani uzorci	$r$	odabrani uzorci	$r$
0°	1 i 3	0,741	2 i 3	0,637
15°	1 i 2	0,802	1 i 3	0,803
30°	1 i 3	1,198	1 i 3	1,080
45°	2 i 3	1,648	1 i 3	1,411
60°	1 i 3	2,338	1 i 3	2,073
75°	1 i 2	1,469	1 i 3	1,692
90°	1 i 2	1,365	1 i 3	1,510



a)



b)

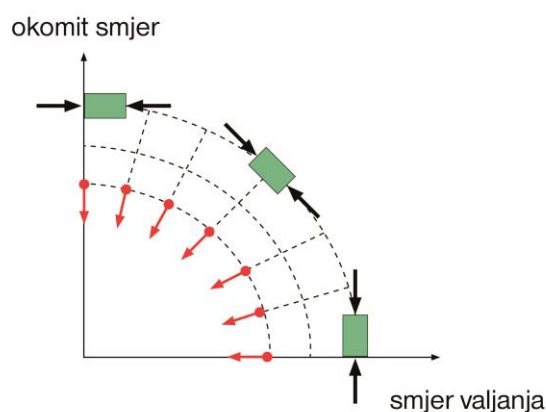
Slika 6.2. Orijeatcijska ovisnost reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenih na temelju dva reprezentativna uzorka: a) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

### 6.1.2. Analitičko predviđanje visina posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja na temelju orijentacijske ovisnosti Lankfordovog koeficijenta

Rezultati pokusa rastezanja uzoraka lima mogu se dovesti u vezu s rezultatima dobivenima u pokusu cilindričnog dubokog vučenja istog materijala. Naime, ispitivanjem raznih materijala pokazano je da je orijentacijska ovisnost Lankfordovog koeficijenta  $r(\alpha)$  povezana sa oblikom profila visina izvučene posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja. Raspodjela visina posudice  $H(\alpha)$  u intervalu od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  po obliku bi trebala odgovarati zrcalnoj slici raspodjele  $r(\alpha)$  u istom intervalu.

U literaturi [3] predstavljen je jednostavni analitički izraz iz kojega se pomoću dimenzija početnog lima (rondele), osnovnih dimenzija alata i orijentacijske ovisnosti Lankfordovog koeficijenta mogu procjeniti visine izvučene posudice. Izvod ovog analitičkog izraza objašnjen je u nastavku.

Rondela posudice razmatra se kao prsten čiji se unutrašnji rub uvlači u unutarnju šupljinu kalupa kao što je prikazano na slici 6.3. Pri tome se po obodu prstena zbog plastične anizotropije materijala javljaju različite obodne deformacije. Iz uvjeta plastične nestlačivosti za ravninsko stanje naprezanja proizlaze odgovarajuće radijalne deformacije koje doprinose razlikama u visinama, odnosno pojavi valovitog ruba izvučene posudice (pojava poznata kao ušićavost posudice). Sa slike 6.3. vidljivo je da ponašanje materijala duž pravca valjanja ovisi o njegovim ponašanju duž poprečnog pravca, odnosno da ponašanje materijala duž pravca koji s pravcem valjanja zatvara kut  $\theta$  ovisi o svojstvima tog materijala duž pravca koji s pravcem valjanja zatvara kut  $\theta + 90^\circ$ .



Slika 6.3. Opterećenje elemenata na rubu rondele [3]

Lankfordov koeficijent duž pravca koji s pravcem valjanja zatvara kut  $\Theta + 90^\circ$  se prema izrazu (2.33) definira kao:

$$r_{\Theta+90} = \frac{\varepsilon_r^{Np}}{\varepsilon_t^{Np}} = \frac{\varepsilon_r^{Np}}{-(\varepsilon_r^{Np} + \varepsilon_\Theta^{Np})} \quad (6.1)$$

gdje je  $\varepsilon_r^{Np}$  stvarna plastična deformacija u radialnom smjeru,  $\varepsilon_\Theta^{Np}$  stvarna plastična deformacija u cirkularnom smjeru, a  $\varepsilon_t^{Np}$  stvarna plastična deformacija u smjeru debljine rondele.

Iz jednadžbe (6.1) slijedi:

$$\frac{\varepsilon_\Theta^{Np}}{\varepsilon_r^{Np}} = - \frac{(r_{\Theta+90} + 1)}{r_{\Theta+90}} \quad (6.2)$$

$$\frac{\varepsilon_r^{Np}}{\varepsilon_t^{Np}} = \frac{r_{\Theta+90}}{1} \quad (6.3)$$

Na slici 6.4. prikazane su dimenzije rondele i potpuno izvučene posudice. Obodna deformacija stijenke posudice definira se kao:

$$\varepsilon_\Theta^{Np} = \ln\left(\frac{R_c}{R}\right), \text{ za } R_c \leq R \leq R_b \quad (6.4)$$

gdje je  $R_c$  radijus trna, a  $R_b$  radijus rondele.

Radijalna deformacija na pravcu koji s pravcem valjanja zatvara kut  $\Theta$  dobiva se uvrštavanjem izraza (6.4) u (6.2):

$$\varepsilon_r^{Np}|_\Theta = - \frac{r_{\Theta+90}}{(r_{\Theta+90} + 1)} \ln\left(\frac{R_c}{R}\right) \quad (6.5)$$

Prirast visine posudice  $\Delta h_\Theta$  dobiva se integriranjem izraza (6.5) kako slijedi:

$$\Delta h_\Theta = \int_{R_c}^{R_b} \varepsilon_r^{Np}|_\Theta dR = - \int_{R_c}^{R_b} \frac{r_{\Theta+90}}{(r_{\Theta+90} + 1)} \ln\left(\frac{R_c}{R}\right) dR = \frac{r_{\Theta+90}}{(r_{\Theta+90} + 1)} \left[ (R_c - R_b) + R_b \ln\left(\frac{R_b}{R_c}\right) \right] \quad (6.6)$$

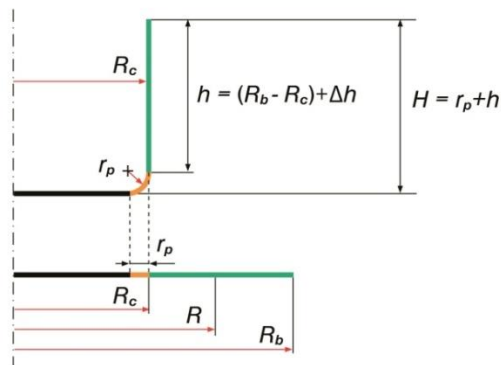
Prema slici 6.4., ukupna visina posudice  $H_\theta$  jednaka je:

$$H_\theta = r_p + (R_b - R_c) + \Delta h_\theta \quad (6.7)$$

gdje je  $r_p$  radijus zaobljenja trna.

Uvrštavanjem izraza (6.6) u (6.7) dobiva se konačan izraz za računanje visine posudice  $H_\theta$ :

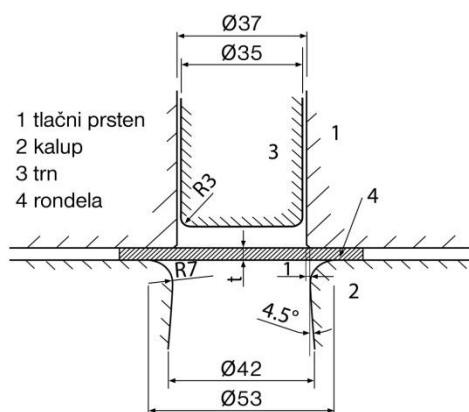
$$H_\theta = r_p + (R_b - R_c) + \frac{r_{\theta+90}}{(r_{\theta+90} + 1)} \left[ (R_c - R_b) + R_b \ln \left( \frac{R_b}{R_c} \right) \right] \quad (6.8)$$



Slika 6.4. Dimenzije rondela i potpuno izvučene posudice [3]

### 6.1.3. Eksperimentalne visine izvučene posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja

U radu su korišteni eksperimentalni podaci pokusa dubokog vučenja koji su prethodno provedeni u Laboratoriju za deformiranje (FESB) na uzorcima lima istog materijala CuFe2P. Ispitani su uzorci lima početnog kružnog oblika debljine 0,8 mm i promjera 65 mm. Sila na tlačnoj ploči tijekom pokusa iznosila je 929 N, a kao sredstvo za podmazivanje korišteno je hidrauličko ulje.



Slika 6.5. Shematski prikaz i osnovne dimenzije alata za cilindrično duboko vučenje

Na slici 6.5. dan je shematski prikaz alata korištenog u pokusu dubokog vučenja. Prema slici 6.5. osnovne dimenzije alata i rondela iznose:

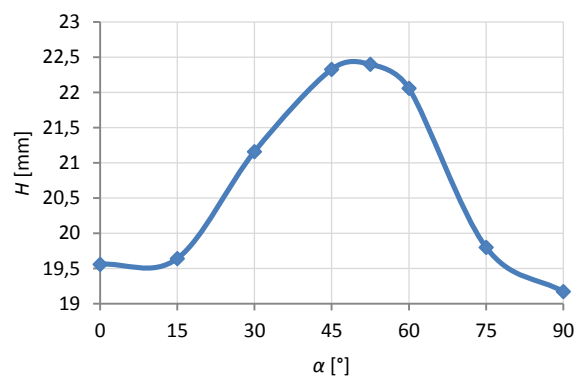
- promjer kalupa:  $D_d = 39$  mm
- promjer trna:  $D_c = 35$  mm
- radijus zaobljenja kalupa:  $r_d = 7$  mm
- radijus zaobljenja trna:  $r_p = 3$  mm
- debljina rondela:  $t = 0,8$  mm
- promjer rondela:  $D_b = 65$  mm

Profil potpuno izvučene posudice određen je CT skeniranjem (kompjutorska tomografija). U tablici 6.4. navedene su eksperimentalne visine izvučene posudice za različite orijentacije  $\alpha$  za jedan reprezentativni uzorak. Vrijednosti iz tablice 6.4. prikazane su na slici 6.6. u obliku

dijagrama ovisnosti visina posudice  $H$  o orijentaciji uzorka  $\alpha$ . Sa slike 6.6. je vidljivo da se najveća visina  $H = 22,40$  mm dobiva pri orijentaciji  $\alpha = 52,5^\circ$ .

Tablica 6.4. Eksperimentalne visine izvučene posudice

$\alpha [^\circ]$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$52,5^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
$H[\text{mm}]$	19,56	19,64	21,16	22,33	22,40	22,06	19,80	19,17



Slika 6.6. Orijentacijska ovisnost eksperimentalnih visina posudice

Na temelju poznatih dimenzija ronđele i alata i poznatih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za različite orijentacije dobivenih pokusom rastezanja, iz izraza (6.8) mogu se izračunati visine posudice  $H$  te se dobiveni rezultati mogu usporediti sa eksperimentalnim rezultatima prikazanim na slici 6.6.

Polumjer ronđele  $R_b$  jednak je:

$$R_b = \frac{D_b}{2} = \frac{65}{2} = 32,5 \text{ mm} \quad (6.9)$$

Polumjer trna  $R_c$  računa se kao:

$$R_c = 0,25 \cdot (D_c + D_d) = 0,25 \cdot (35 + 39) = 18,5 \text{ mm} \quad (6.10)$$

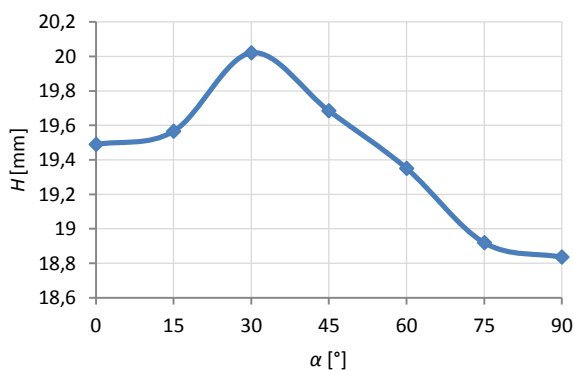
Uvrštavanjem izraza (6.9) i (6.10) u izraz (6.8) dobije se:

$$H_\alpha = 3 + (32,5 - 18,5) + \frac{r_{\alpha+90}}{(r_{\alpha+90} + 1)} \left( (18,5 - 32,5) + 32,5 \cdot \ln \frac{32,5}{18,5} \right) = 17 + \frac{r_{\alpha+90}}{(r_{\alpha+90} + 1)} \cdot 4,313 \quad (6.11)$$

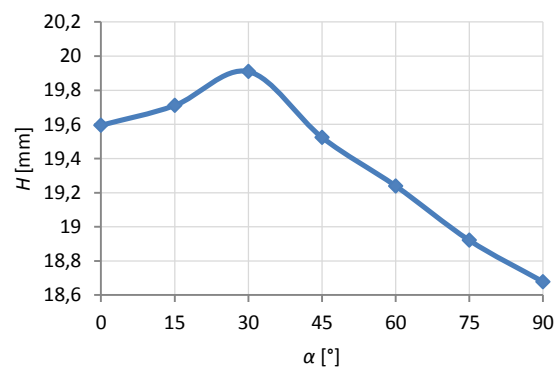
Za računanje visina posudice za svih sedam orijentacija koriste se reprezentativne konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta navedene u tablici 6.2. Dobivene vrijednosti visina  $H$  navedene su u tablici 6.3. za dva različita područja računanja. Dijagrami orijentacijske ovisnosti visina  $H(\alpha)$  prikazani su na slici 6.7. Sa slike je vidljivo da se raspodjela  $H(\alpha)$  za oba promatrana područja znatno razlikuje od eksperimentalno dobivene raspodjele prikazane na slici 6.6. U oba slučaja visine  $H$  postižu najveću vrijednost za orijentaciju  $30^\circ$ . Može se primijetiti da raspodjele  $H(\alpha)$  prikazane na slici 6.7. predstavljaju zrcalnu sliku raspodjela  $r(\alpha)$  dobivenih na temelju pokusa rastezanja (slika 6.2).

*Tablica 6.3. Visine posudice izračunate iz reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenih na temelju dva reprezentativna uzorka za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$*

Orijentacija uzorka	$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$		$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$	
	$r$	$H[\text{mm}]$	$r$	$H[\text{mm}]$
$0^\circ$	0,741	19,489	0,637	19,594
$15^\circ$	0,802	19,566	0,803	19,711
$30^\circ$	1,198	20,021	1,080	19,909
$45^\circ$	1,648	19,684	1,411	19,524
$60^\circ$	2,338	19,351	2,073	19,239
$75^\circ$	1,469	18,919	1,692	18,921
$90^\circ$	1,365	18,835	1,510	18,678



a)



b)

*Slika 6.7. Analitičko predviđanje visina posudice na temelju reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta (dobivenih na temelju dva reprezentativna uzorka): a) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$*

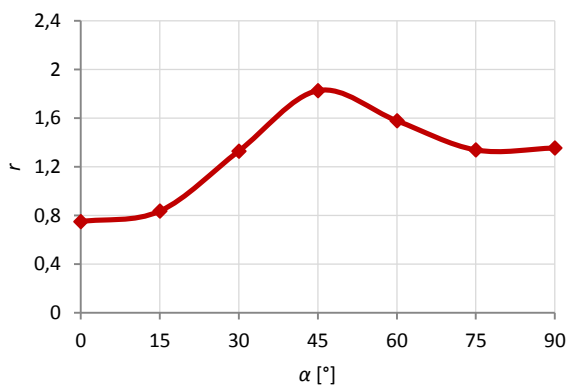


6.1.4. Odabir reprezentativnih uzoraka za svaku orijentaciju na temelju eksperimentalnih visina izvučene posudice u postupku dubokog vučenja

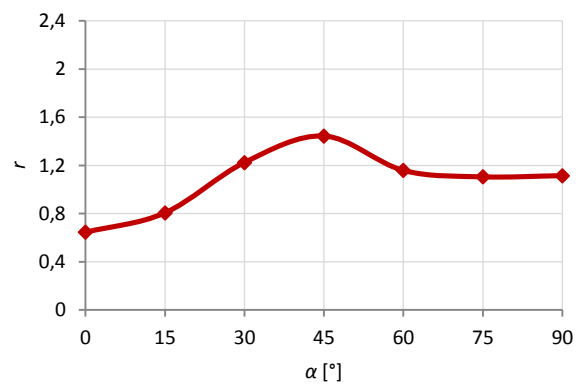
U ovom potpoglavlju razmatra se drugi način odabira reprezentativnih uzoraka. Za svaku orijentaciju od tri pripadna uzorka odabran je po jedan reprezentativni uzorak na temelju analitičkog predviđanja visina posudice u postupku dubokog vučenja. Reprezentativni uzorci odabrani su na način da profil visina dobiven pomoću analitičkog izraza (6.8) najbolje odgovara eksperimentalnom profilu izvučene posudice prikazanom na slici 6.6. U tablici 6.5. za svaku orijentaciju su navedeni odabrani uzorci i pripadne reprezentativne konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta. Raspodjela  $r(\alpha)$  prikazana je na slici 6.8.

Tablica 6.5. Reprezentativni uzorak i reprezentativna konstantna vrijednost Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

Orijentacija uzorka	$0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$		$0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$	
	odabrani uzorak	$r$	odabrani uzorak	$r$
0°	3	0,749	3	0,645
15°	3	0,835	3	0,806
30°	2	1,329	2	1,224
45°	1	1,826	1	1,444
60°	2	1,578	2	1,158
75°	2	1,338	2	1,105
90°	1	1,354	2	1,115



a)



b)

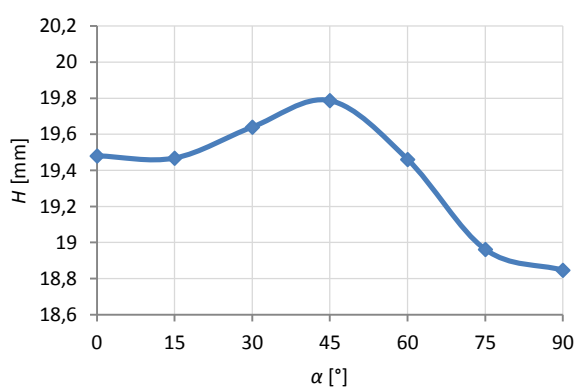
Slika 6.8. Orijehtacijska ovisnost reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenih na temelju jednog reprezentativnog uzorka:

a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

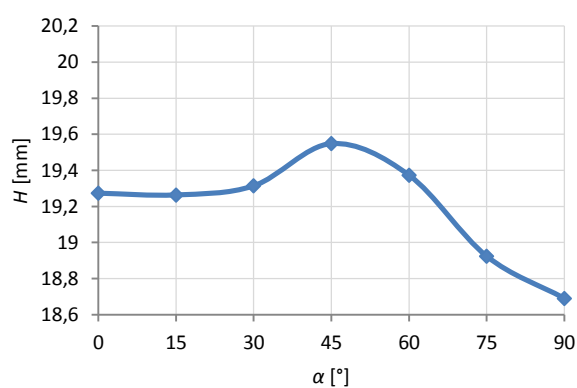
Na temelju geometrije alata i reprezentativnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta iz tablice 6.5., iz izraza (6.8) su izračunate nove visine posudica. Dobivene vrijednosti prikazane su u tablici 6.6. za oba razmatrana područja. Na slici 6.9. prikazani su dijagrami orijentacijske ovisnosti izračunatih visina posudice. Na slici se vidi da je raspodjela  $H(\alpha)$  bliža eksperimentalno dobivenoj raspodjeli sa slike 6.6. Također se može uočiti da se za reprezentativne Lankfordove koeficijente za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  dobiju vrijednosti visina bliže eksperimentalnim vrijednostima iz tablice 6.4.

*Tablica 6.6. Visine posudice izračunate iz reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenih na temelju jednog reprezentativnog uzorka za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$*

Orijentacija uzorka	$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$		$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$	
	$r$	$H[\text{mm}]$	$r$	$H[\text{mm}]$
0°	0,749	19,481	0,645	19,274
15°	0,835	19,468	0,806	19,264
30°	1,329	19,640	1,224	19,314
45°	1,826	19,787	1,444	19,548
60°	1,578	19,461	1,158	19,373
75°	1,338	18,962	1,105	18,925
90°	1,354	18,847	1,115	18,691



a)



b)

*Slika 6.9. Analitičko predviđanje visina posudice na temelju reprezentativnih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta (dobivenih na temelju jednog reprezentativnog uzorka): a) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$*

Na temelju rezultata analitičkog predviđanja visina posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja najbolja se rješenja dobivaju za jedan reprezentativan uzorak svake orijentacije odabran za veće područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ . To su uzorci i pripadni konstantni Lankfordovi koeficijenti navedeni u tablici 6.5. (stupci lijevo). Sukladno tome, za svaku se orijentaciju kao reprezentativne mogu usvojiti vrijednosti naprezanja tečenja navedene u tablici 5.1. i vrijednosti parametara Voce zakona očvršćavanja iz tablice 5.2. koje odgovaraju reprezentativnim uzorcima iz tablice 6.5. za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ .

## 6.2. Lankfordov koeficijent kao inkrementalna veličina

Lankfordov koeficijent kao inkrementalna veličina računa se prema standardu BS ISO 10113:2006 [2] na temelju linearne aproksimacije po područjima dijagrama  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_f^{Np}$  prikazanih na slici 6.1. na način koji je prethodno opisan u poglavlju 2.4.1.

Inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta se za svaki uzorak računaju na području  $0 \leq \varepsilon_f^{Np} \leq 0,013$  podjeljenom na 10 jednakih intervala širine  $\Delta = 0,0013$ . Krivulja ovisnosti  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_f^{Np}$  se na svakom intervalu aproksimira pravcem koji ne prolazi kroz ishodište.

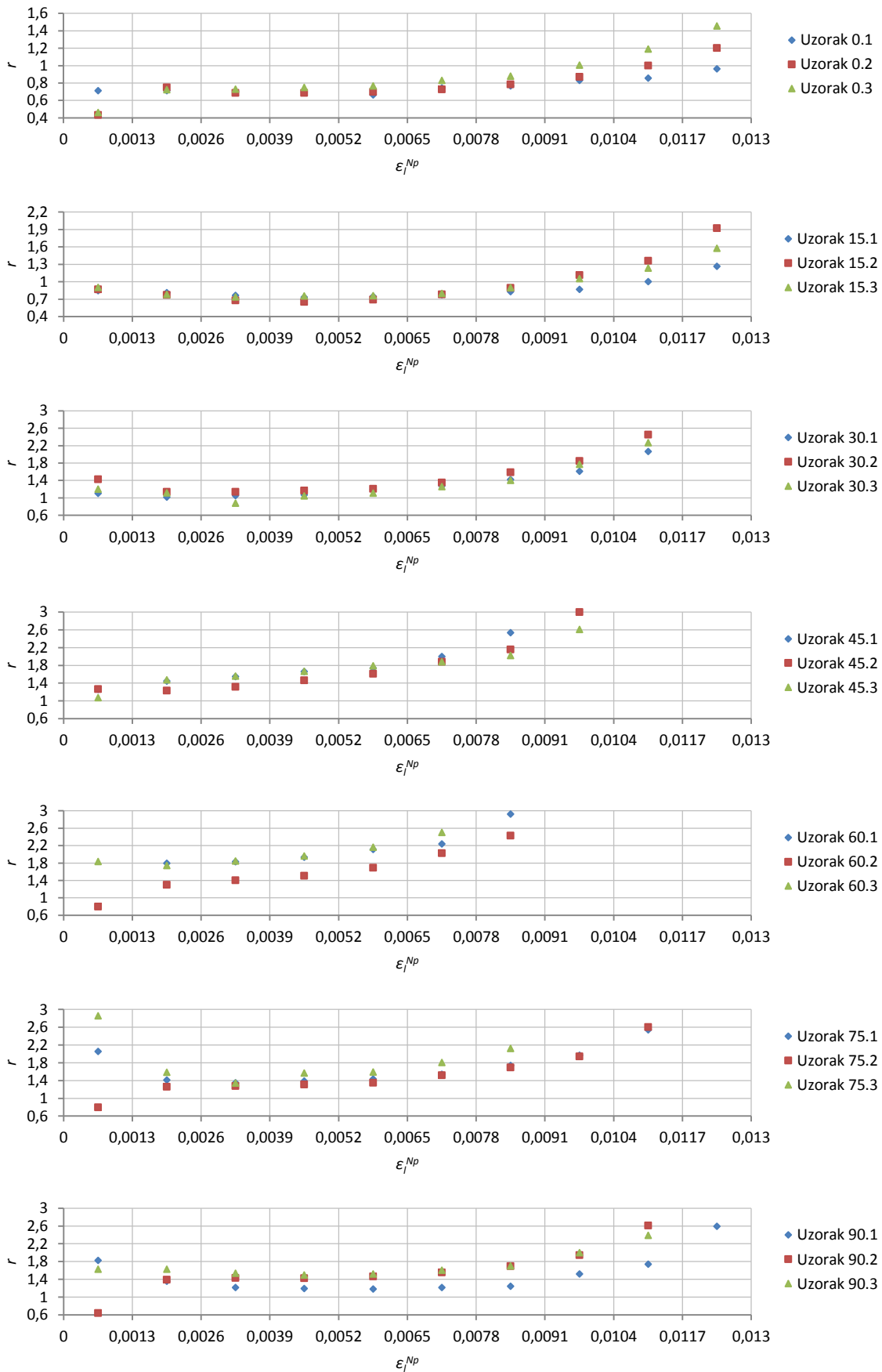
Dobivene inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za sve uzorke prikazane su na slici 6.10. pri čemu su izostavljene vrijednosti veće od 3. Sa slike 6.10. vidljivo je da se inkrementalne vrijednosti  $r$  za većinu uzoraka s napredovanjem plastične deformacije najprije smanjuju, a zatim rastu te da pri većim plastičnim deformacijama postoje veće razlike između  $r$  vrijednosti pojedinih uzoraka iste orijentacije. Najveće inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivaju se za uzorke orijentacije  $60^\circ$ .

Na slikama 6.11. i 6.12. prikazane su reprezentativne inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju određene na dva različita načina.

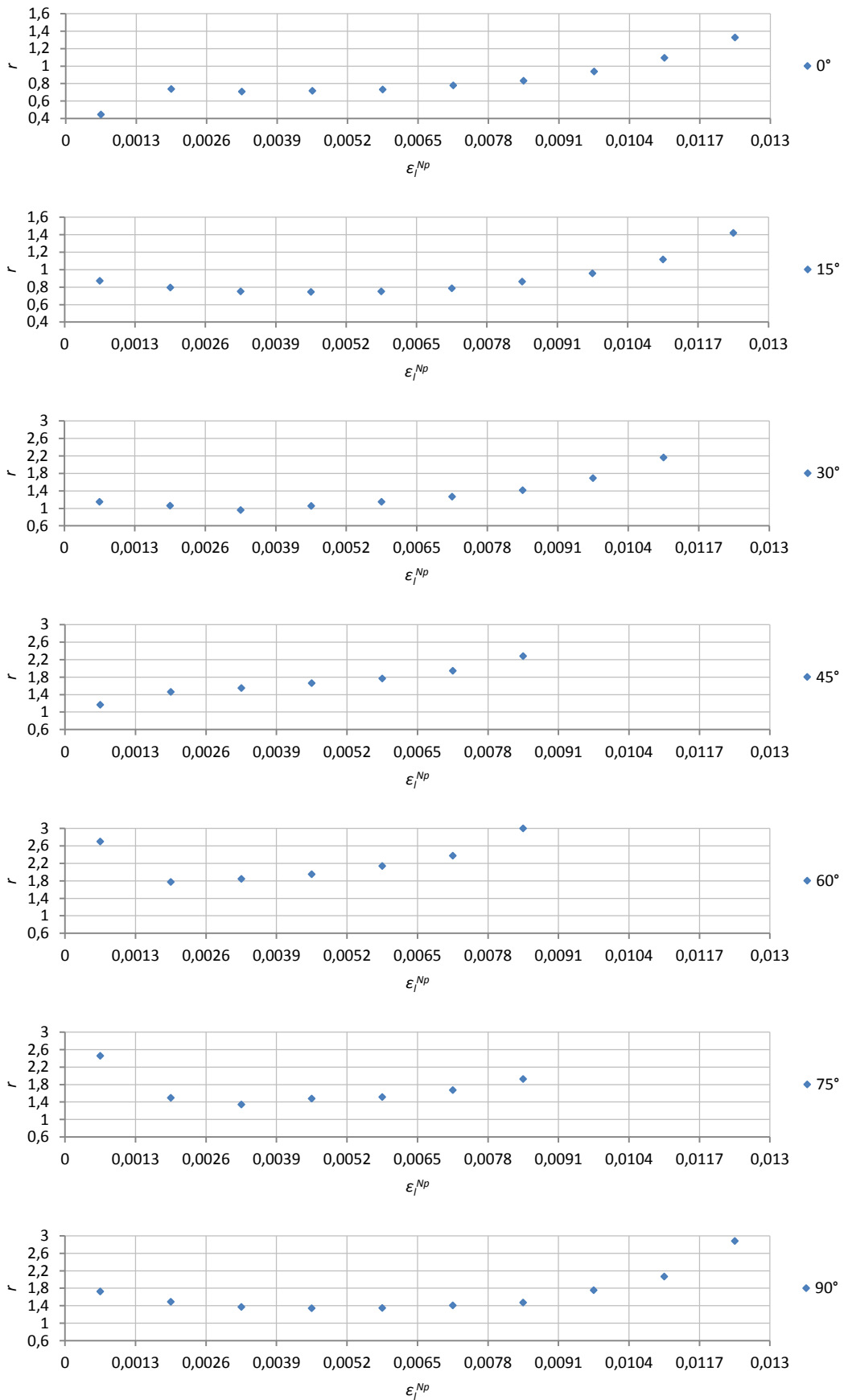
Reprezentativne vrijednosti na slici 6.11. dobivaju se na način da se za svaku orijentaciju odrede inkrementalne vrijednosti  $r$  za 2 uzorka odabrana prema poglavlju 6.1.1. (tablica 6.2.). Njihova srednja vrijednost predstavlja reprezentativnu inkrementalnu vrijednost Lankfordovog koeficijenta za razmatranu orijentaciju.

Reprezentativne vrijednosti na slici 6.12. dobivaju se na način da se za svaku orijentaciju odabere po jedan reprezentativni uzorak prema poglavlju 6.1.4. (tablica 6.5.) a njegova inkrementalna vrijednost  $r$  usvoji kao reprezentativna za tu razmatranu orijentaciju.

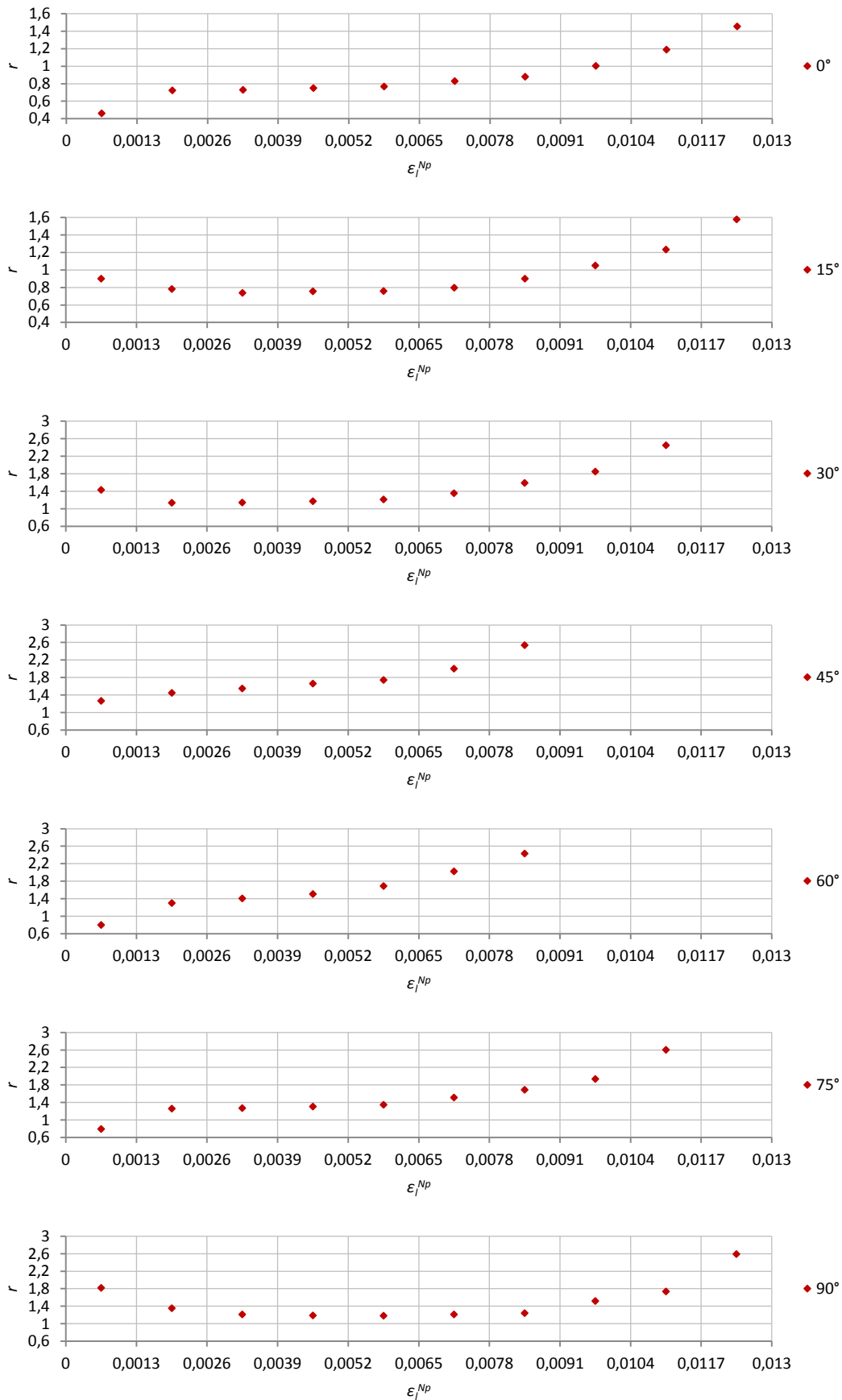
Na dijagramima prikazanim na slici 6.11. i slici 6.12. također su izostavljene vrijednosti Lankfordovog koeficijenta veće od 3.



Slika 6.10. Inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta



Slika 6.11. Reprezentativne inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju dobivene na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije



Slika 6.12. Reprezentativne inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaku orijentaciju dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije

### 6.3. Lankfordov koeficijent kao trenutna veličina

Lankfordov koeficijent kao trenutna veličina određuje se nestandardnom metodom na temelju aproksimacije dijagrama  $\varepsilon_w^{Np}$ -  $\varepsilon_l^{Np}$  prikazanih na slici 6.1. odgovarajućim nelinearnim funkcijama prema postupku prethodno opisanom u poglavlju 2.4.2.

Trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svaki su uzorak određene razmatranjem dva različita područja aproksimacije:  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$  (kao što je to napravljeno i za konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta u poglavlju 6.1.). Pri tom se eksperimentalne krivulje  $\varepsilon_w^{Np}$  -  $\varepsilon_l^{Np}$  na svakom od ovih područja aproksimiraju sa dvije različite polinomne funkcije:

$$\text{- polinom 3. stupnja: } p(\varepsilon_l^{Np}) = a \cdot (\varepsilon_l^{Np})^3 + b \cdot (\varepsilon_l^{Np})^2 + c \cdot \varepsilon_l^{Np} + d \quad (6.12)$$

$$\text{- polinom 2. stupnja: } p(\varepsilon_l^{Np}) = b \cdot (\varepsilon_l^{Np})^2 + c \cdot \varepsilon_l^{Np} + d \quad (6.13)$$

gdje  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  predstavljaju koeficijente aproksimacijskih polinoma.

Vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivaju se iz izraza (2.36) pomoću nagiba tangente na polinomnu funkciju aproksimacije. Nagib tangente  $m_r$  u proizvoljnoj točki jednak je derivaciji polinomne funkcije pa se za polinom 3.stupnja računa kao:

$$m_r = 3 \cdot a \cdot (\varepsilon_l^{Np})^2 + 2 \cdot b \cdot \varepsilon_l^{Np} + c \quad (6.14)$$

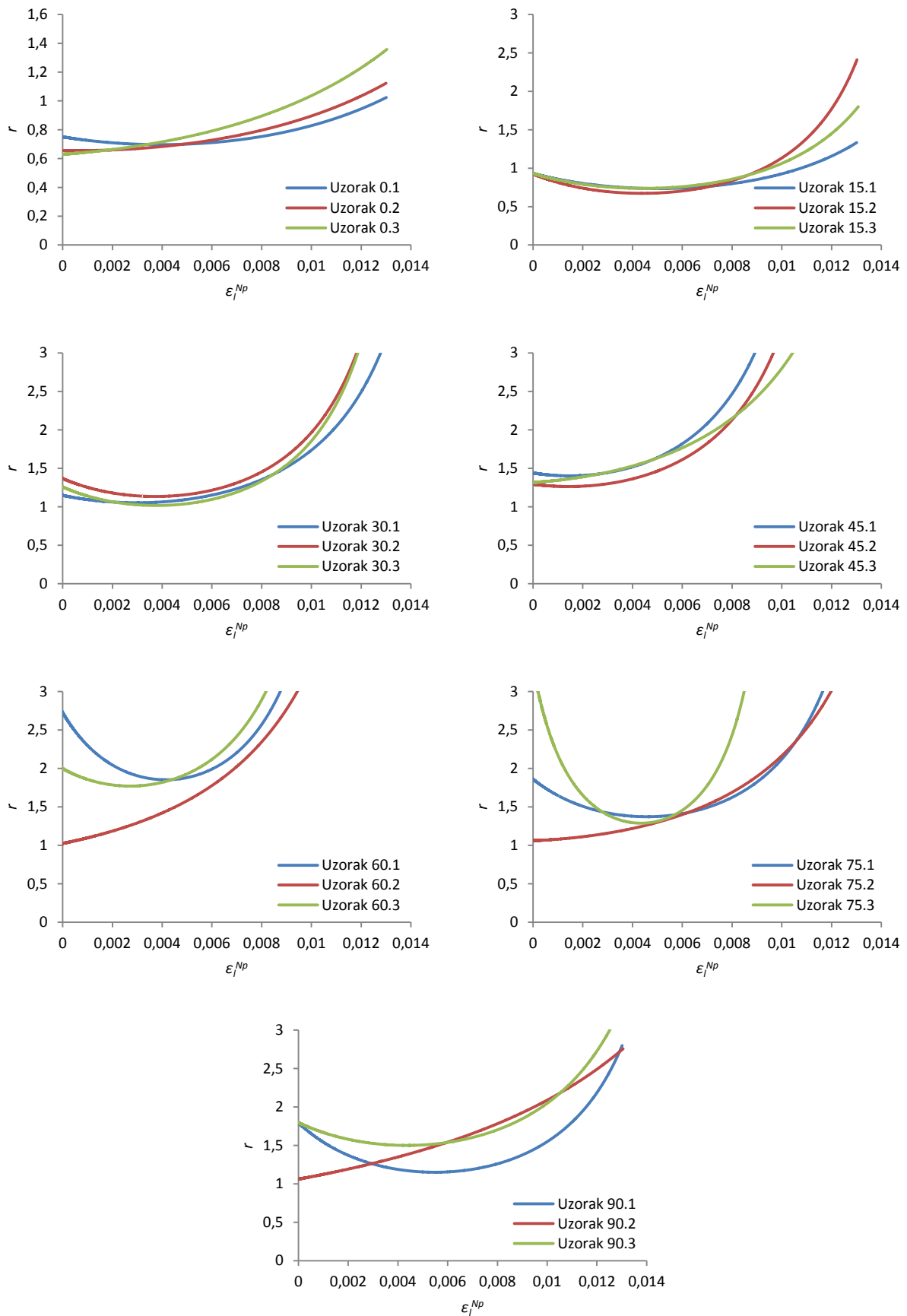
a za polinom 2.stupnja kao:

$$m_r = 2 \cdot b \cdot \varepsilon_l^{Np} + c \quad (6.15)$$

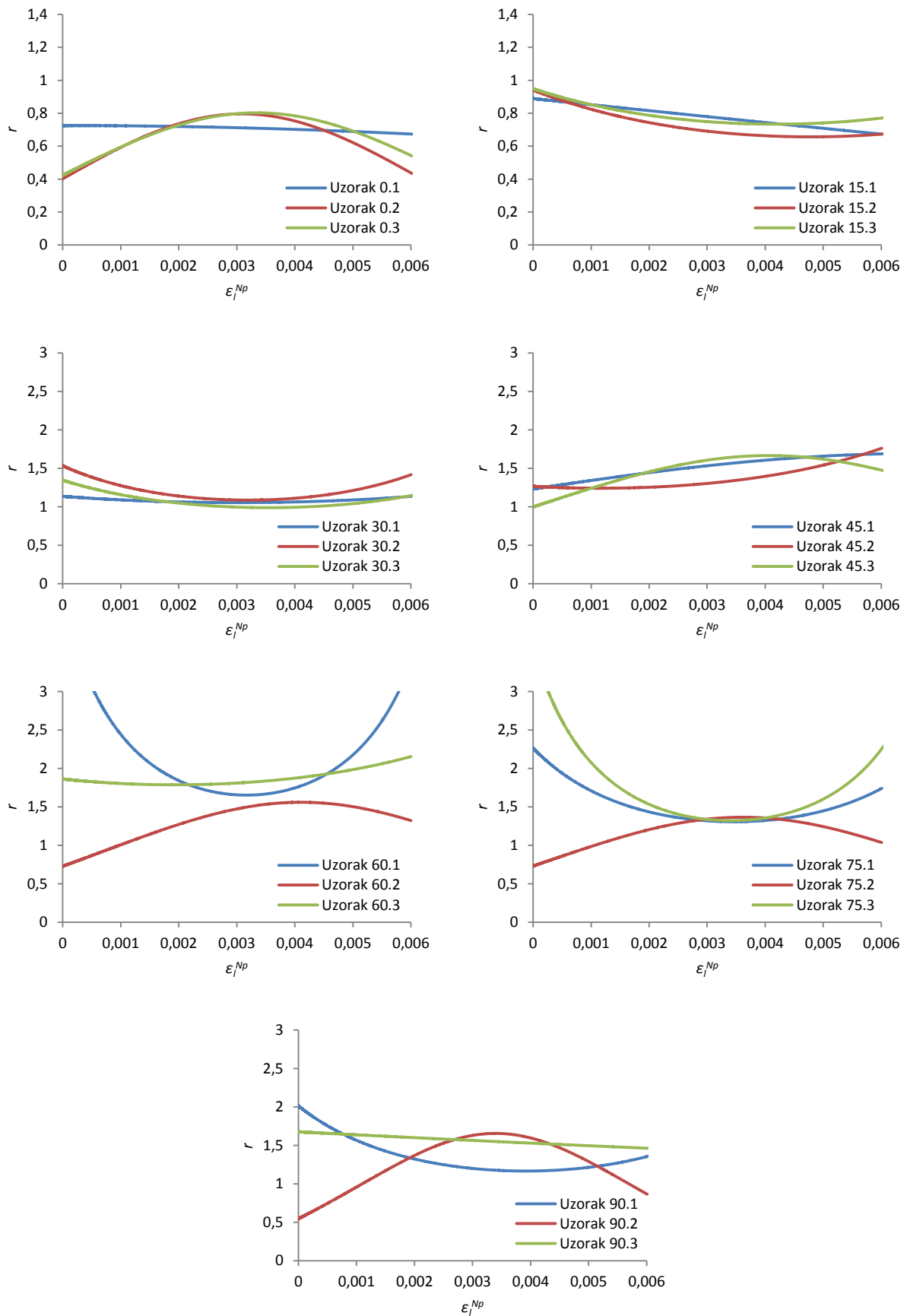
Koeficijenti aproksimacijskih polinoma 3. i 2. stupnja navedeni su u prilogu u tablici 1. i tablici 2. za sve uzorke i za oba područja aproksimacije  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$ .

Na slikama 6.13. i 6.14. prikazani su dijagrami ovisnosti trenutnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine za sve uzorke. Slika 6.13. a) i b) prikazuje vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivene aproksimacijom eksperimentalnih krivulja  $\varepsilon_w^{Np}$  -  $\varepsilon_l^{Np}$  sa polinomomima 3. stupnja, a slika 6.14. a) i b) vrijednosti dobivene aproksimacijom sa polinomima 2. stupnja.

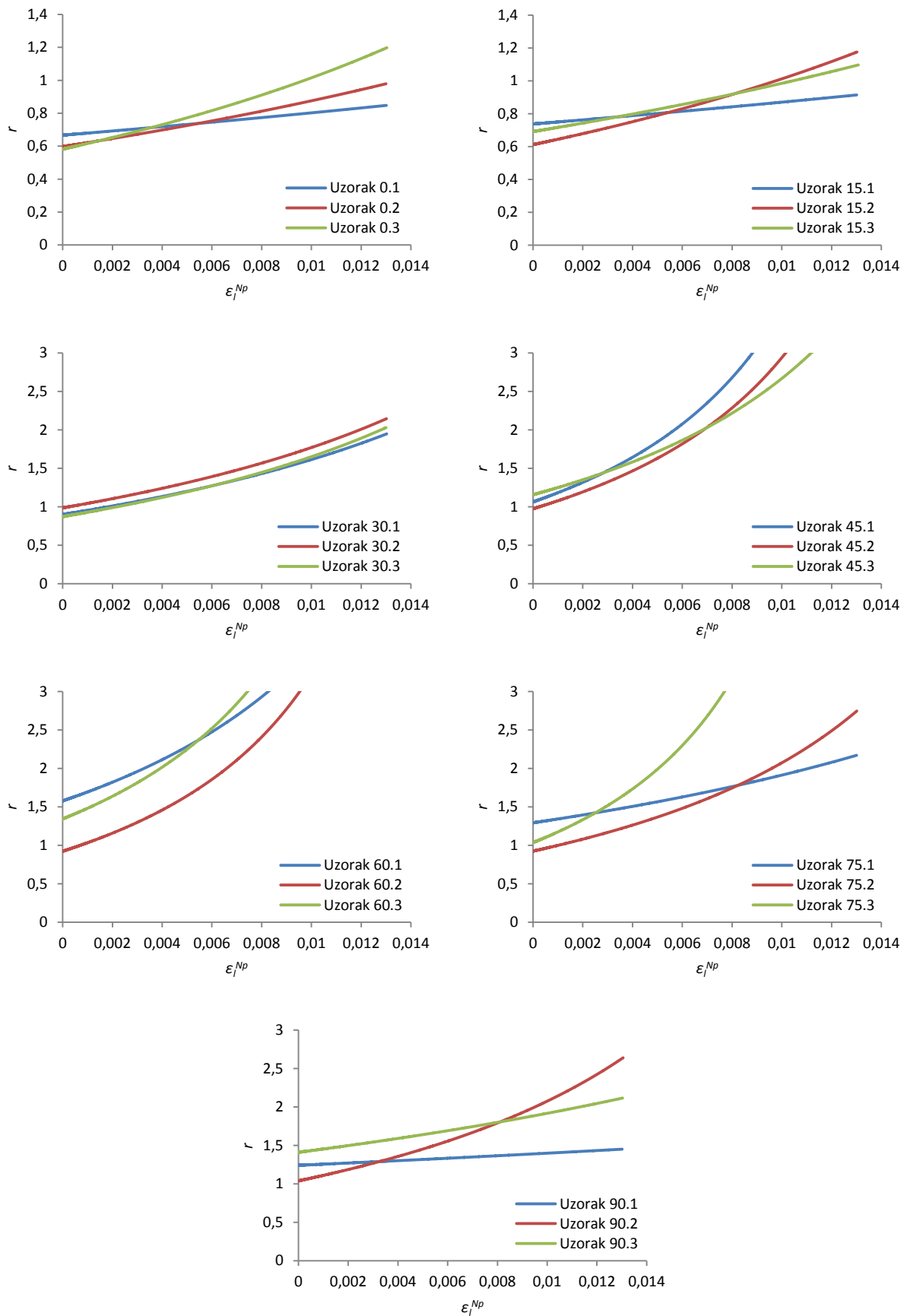




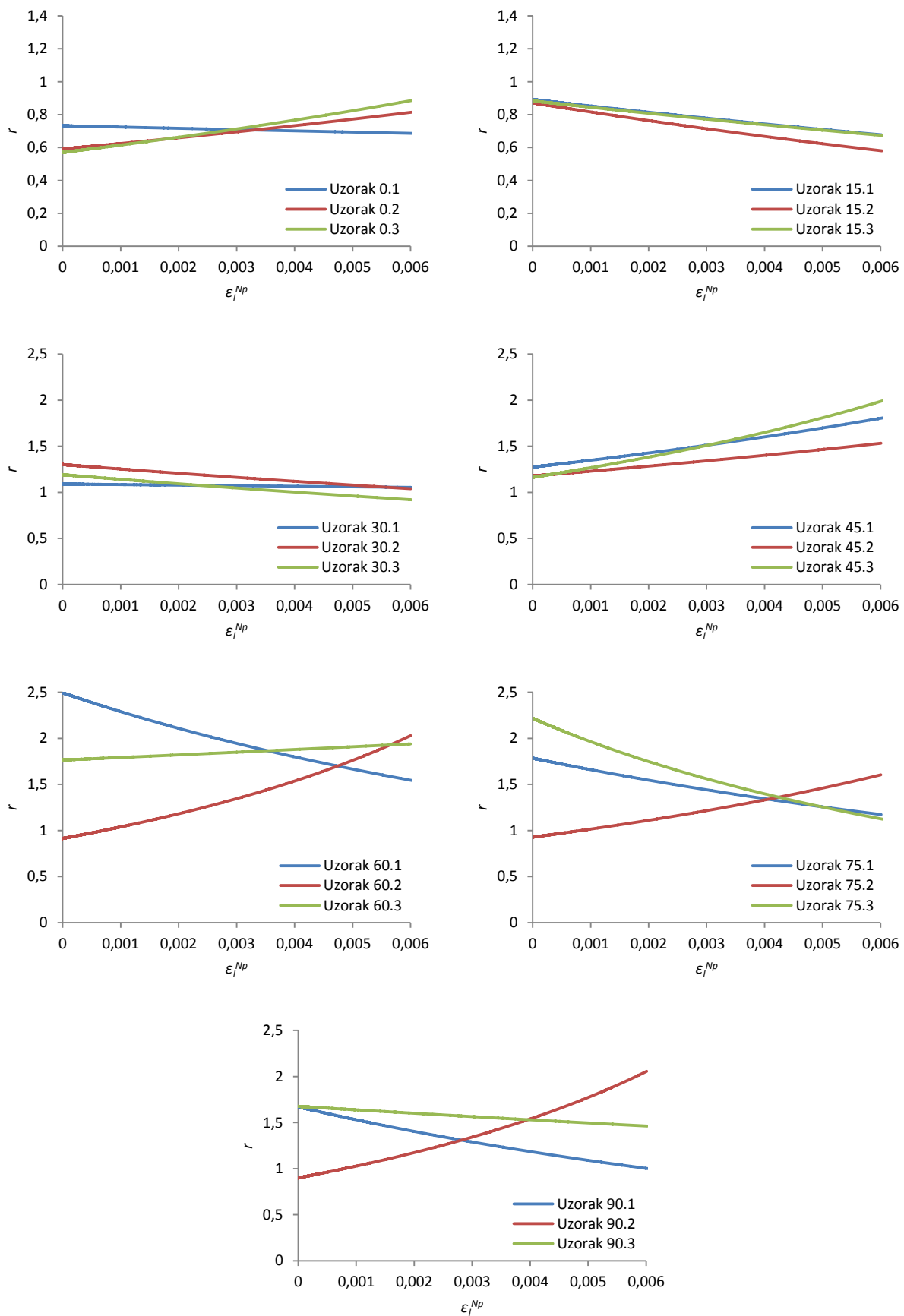
Slika 6.13.a) Dijagrami ovisnosti Lankfordovog koeficijenta o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine za područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  (aproksimacija polinomom 3.stupnja)



Slika 6.13.b) Dijagrami ovisnosti Lankfordovog koeficijenta o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine za područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon_t^{Np} \leq 0,006$  (aproksimacija polinomom 3.stupnja)



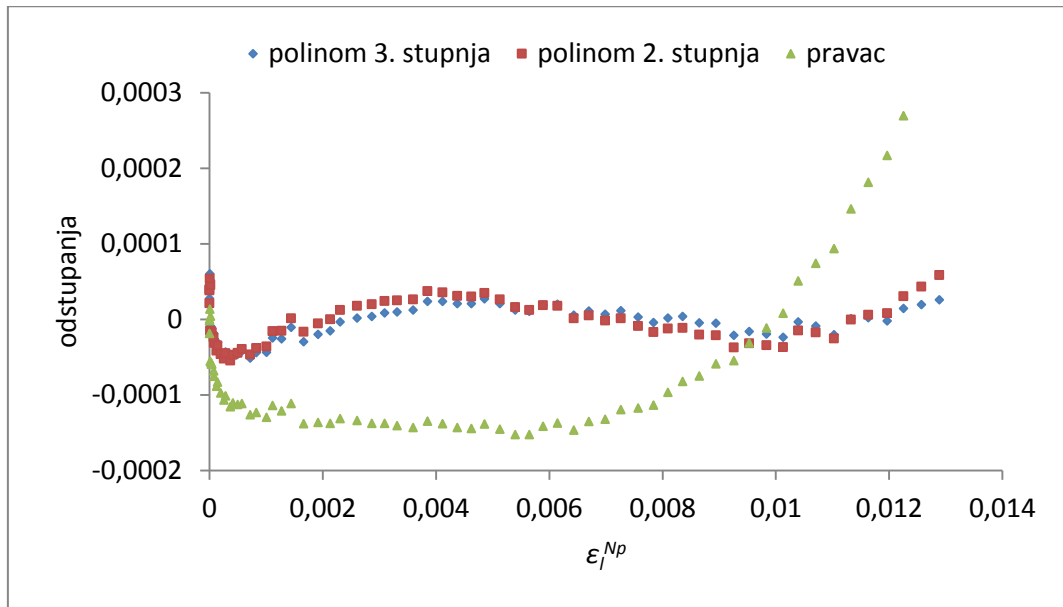
Slika 6.14.a) Dijagrami ovisnosti Lankfordovog koeficijenta o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine za područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon_t^{Np} \leq 0,013$  (aproksimacija polinomom 2.stupnja)



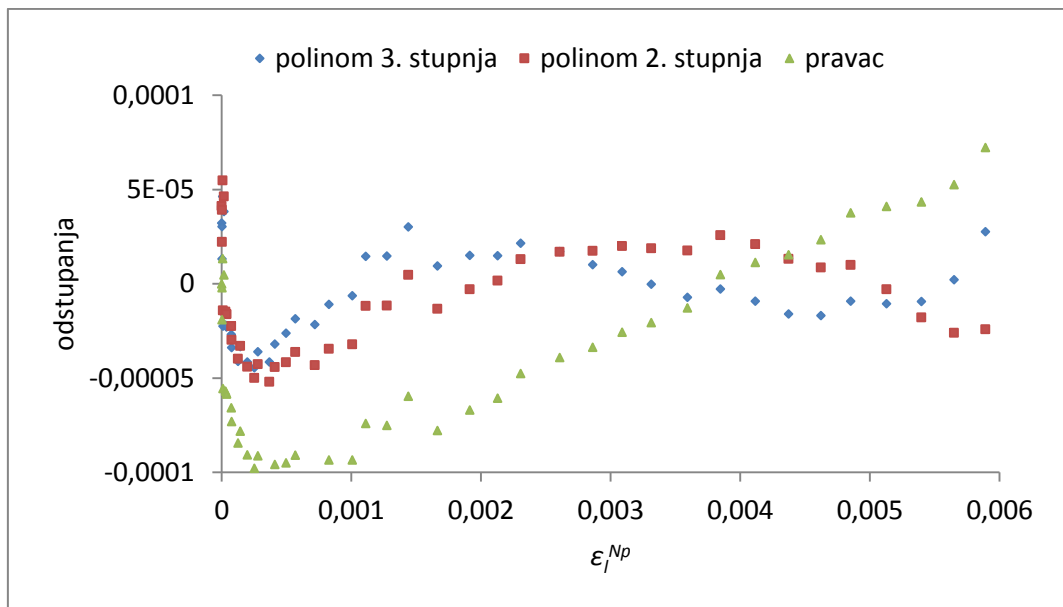
Slika 6.14.b) Dijagrami ovisnosti Lankfordovog koeficijenta o stvarnoj plastičnoj deformaciji duljine za područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,006$  (aproksimacija polinomom 2.stupnja)

S obzirom na rješenja za Lankfordov koeficijent kao inkrementalnu veličinu prikazana u poglavlju 6.2, prema kojima se vrijednosti Lankfordovog koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije najprije malo smanjuju a zatim rastu, kao bolja rješenja za trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta mogu se ocjeniti ona koja su dobivena za veće područje aproksimacije  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$  tj. vrijednosti dobivene na temelju aproksimacije polinomom 3. stupnja sa slike 6.13.a) i vrijednosti dobivene na temelju aproksimacije polinomima 2. stupnja sa slike 6.14.a)

Na slici 6.15. prikazana su odstupanja aproksimacijskih funkcija korištenih za određivanje Lankfordovog koeficijenta od eksperimentalno dobivenih rezultata na primjeru uzorka 3 orijentacije  $0^\circ$  (uzorak 0.3). Sa slike se može vidjeti da eksperimentalnu krivulju  $\epsilon_w^{Np} - \epsilon^{Np}$  najbolje opisuje aproksimacijski polinomom 3. stupnja, dok su odstupanja najveća pri korištenju linearne aproksimacije. Ovi zaključci vrijede i za ostale uzorke.



a)

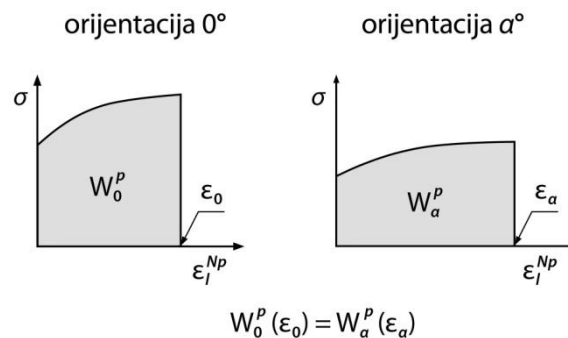


b)

Slika 6.15. Odstupanja aproksimacijskog polinoma 3. stupnja, aproksimacijskog polinoma 2. stupnja i aproksimacijskog pravca od eksperimentalnih vrijednosti  $\varepsilon_w^{Np}$  za uzorak 0.3: a) za područje  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$

## 7. PROMJENA ORIJENTACIJSKE OVISNOSTI NAPREZANJA TEČENJA S NAPREDOVANJEM PLASTIČNE DEFORMACIJE

Da bi se odredile promjene orijentacijske ovisnosti napreznja tečenja s napredovanjem plastične deformacije potrebno je za svaku orijentaciju odrediti vrijednosti napreznja tečenja koje odgovaraju istom nivou plastične deformacije. Za to se koristi princip ekvivalentnosti plastičnog rada prikazan na slici 7.1. Prema ovome principu stanje plastične deformacije za uzorak promatrane i uzorak referentne orijentacije je jednako ako su jednaki njihovi plastični radovi, odnosno ako su jednake površine ispod njihovih pripadnih krivulja ovisnosti  $\sigma - \epsilon^{Np}$ . Pri tome se orijentacija  $0^\circ$  uzima kao referentna orijentacija, a njena stvarna plastična deformacija duljine kao ekvivalentna plastična deformacija  $\bar{\epsilon}^p$ . Dakle, za svaku orijentaciju  $\alpha$  potrebno je odrediti stvarnu plastičnu deformaciju za koju je plastični rad  $W_\alpha^p$  jednak plastičnom radu referentne orijentacije  $W_0^p$  pri nekoj vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije.



Slika 7.1. Princip ekvivalentnosti plastičnog rada

Reprezentativna napreznja tečenja svih orijentacija koja odgovaraju istim vrijednostima ekvivalentne plastične deformacije računaju se na temelju krivulja Voce zakona očvršćavanja odabranih reprezentativnih uzorka. Reprezentativna napreznja tečenja pri tom su određena na dva načina, razmatranjem različitih reprezentativnih uzoraka svake orijentacije. U prvom slučaju koriste se reprezentativni uzorci iz tablice 6.2., a u drugom reprezentativni uzorci iz tablice 6.5. U jednom i drugom slučaju razmatraju se uzorci odabrani za područje računanja Lankfordovog koeficijenta  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i uzorci odabrani za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$ .

Reprezentativno naprezanje tečenja svake pojedine orijentacije najprije je izračunato na temelju dva odabrana reprezentativna uzorka navedena u tablici 6.2. Uzorci su odabrani na temelju bližih konstantnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta na način koji je prethodno opisan u poglavlju 6.1.1. Kao referentni uzorak za računanje naprezanja tečenja svih orijentacija uzima se jedan od uzoraka orijentacije  $0^\circ$  (za područje  $0 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,013$  uzima se uzorak 1, a za područje  $0 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,006$  uzorak 2), pa njegove stvarne plastične deformacije predstavljaju ekvivalentnu plastičnu deformaciju duljine  $\bar{\varepsilon}^p$ . Reprezentativno naprezanje tečenja računa se na slijedeći način.

Za odabrane vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine izračunat je plastični rad referentnog uzorka  $W_{0^p}$  kao površina ispod njegove krivulje očvršćavanja.

Plastični rad je jednak:

$$W^p = \int_0^{\varepsilon_i^{Np}} \sigma_V d\varepsilon_i^{Np} = \int_0^{\varepsilon_i^{Np}} [R + Q \cdot (1 - e^{-b \cdot \varepsilon_i^{Np}})] d\varepsilon_i^{Np} = (R + Q) \cdot \varepsilon_i^{Np} + \frac{Q}{b} \cdot (e^{-b \cdot \varepsilon_i^{Np}} - 1) \quad (7.1)$$

Za određenu orijentaciju  $\alpha$ , za svaki od dva odabrana uzorka, izračunavaju se stvarne plastične deformacije duljine za koje je plastični rad  $W_{\alpha^p}$  jednak dobivenim vrijednostima rada referentnog uzorka  $W_{0^p}$ . Pri tome se koristi Newton - Raphson iteracijski postupak računanja. Uvrštavanjem ovih stvarnih plastičnih deformacija u Voce zakon očvršćavanja dobivaju se odgovarajuća naprezanja tečenja za ta dva uzorka te se njihova srednja vrijednost usvaja kao reprezentativno naprezanje tečenja razmatrane orijentacije  $\alpha$ .

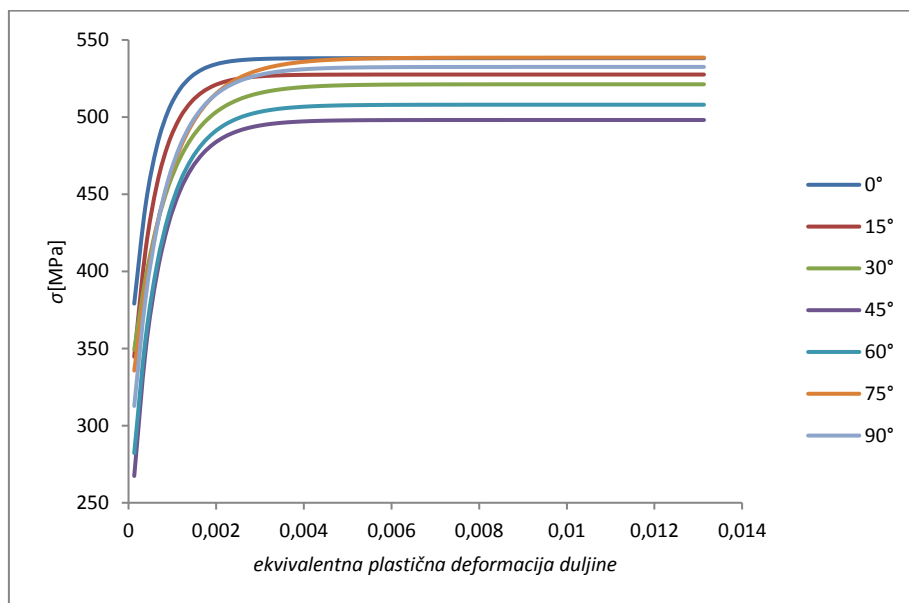
Na slici 7.2. prikazane su dobivene vrijednosti reprezentativnog naprezanja tečenja za svih sedam orijentacija u ovisnosti o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine  $\bar{\varepsilon}^p$ . Slika 7.2.a) prikazuje vrijednosti dobivene za područje  $0 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,013$ , a slika 7.2.b) vrijednosti dobivene na području  $0 \leq \varepsilon_i^{Np} \leq 0,006$ .

Slika 7.3. prikazuje ovisnost reprezentativnog naprezanja tečenja o orijentaciji uzorka za jedanaest odabranih vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine  $\bar{\varepsilon}^p$ . Vrijednosti prikazane na slici 7.3. navedene su u prilogu u tablici 3.

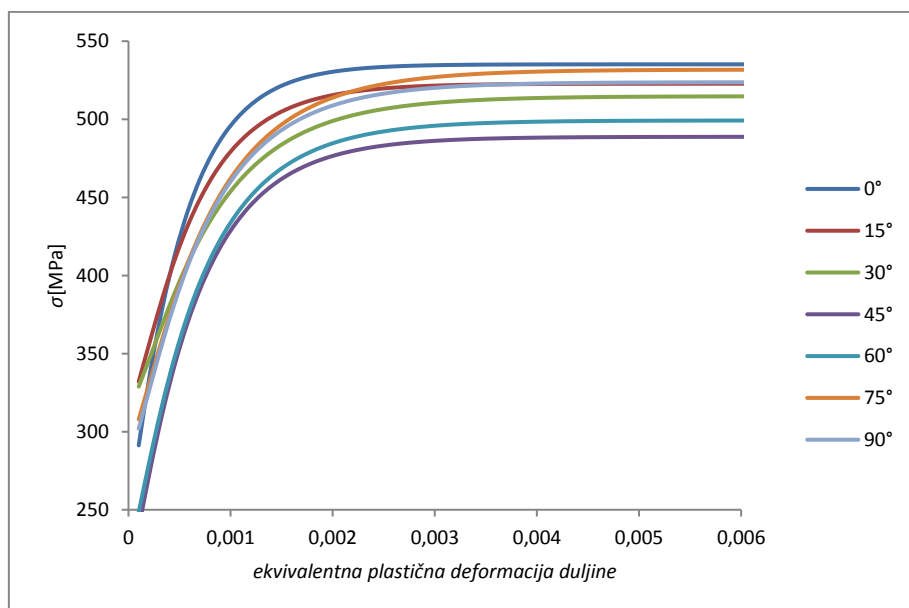


Na slici 7.4. prikazana je orijentacijska ovisnost reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja za jedanaest odabranih vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  pri čemu normirano naprezanje tečenja predstavlja omjer vrijednosti naprezanja razmatrane orijentacije  $\alpha$  i referentne orijentacije  $0^\circ$  tj. omjer  $\sigma_\alpha/\sigma_0$ . Vrijednosti prikazane na slici 7.4. navedene su u prilogu u tablici 4.

Sa slika 7.3. i 7.4. može se vidjeti da se krivulje orijentacijske ovisnosti naprezanja tečenja za početne vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije ( $\bar{\epsilon}^p = 0,00013$  i  $\bar{\epsilon}^p = 0,0001$ ) znatno razlikuju od krivulja  $\sigma(\alpha)$  pri višim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  koje imaju gotovo identičan oblik. Također, za početnu vrijednost ekvivalentne plastične deformacije naprezanje tečenja se značajno mijenja s promjenom orijentacije, dok je pri višim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  orijentacijska ovisnost manje izražena.

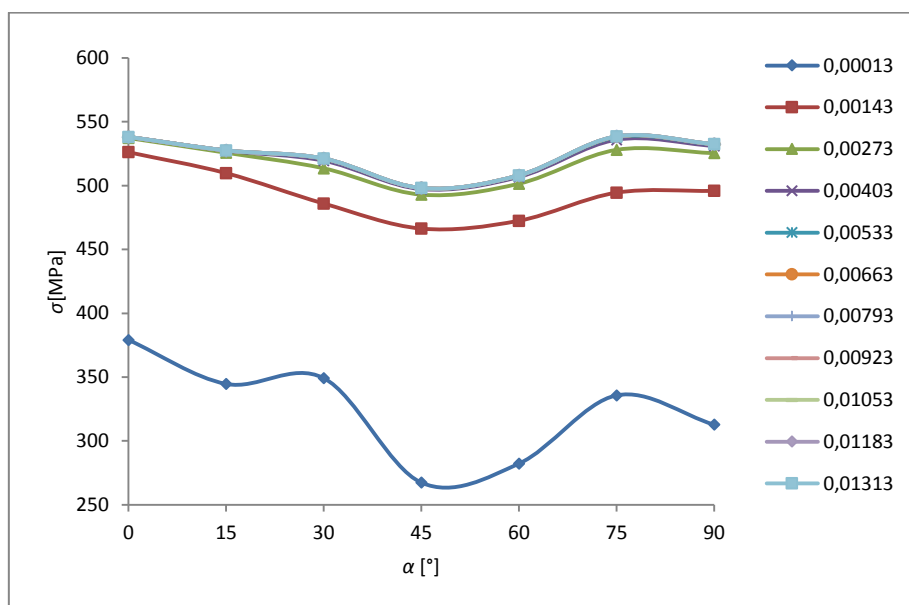


a)

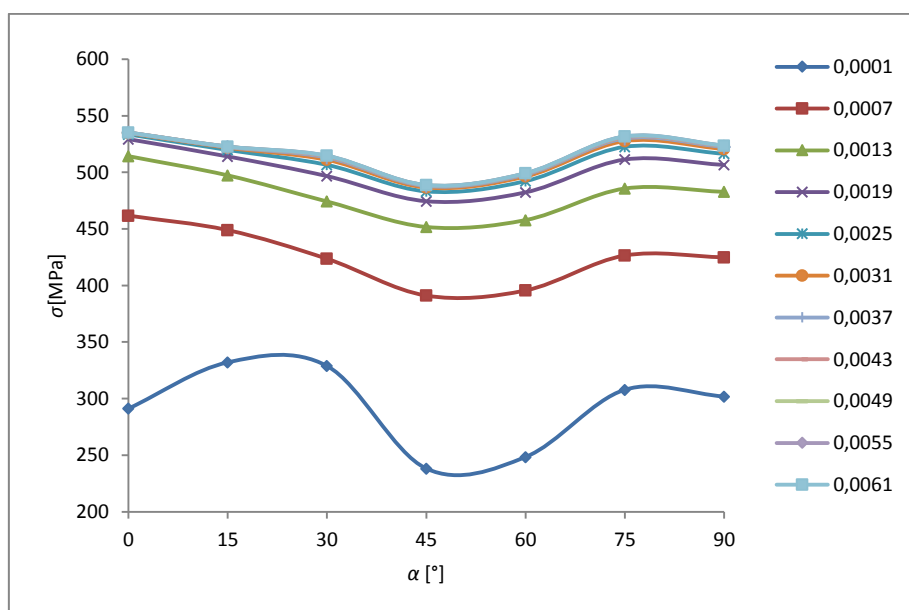


b)

Slika 7.2. Dijagrami ovisnosti reprezentativnog naprezanja tečenja o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije : a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

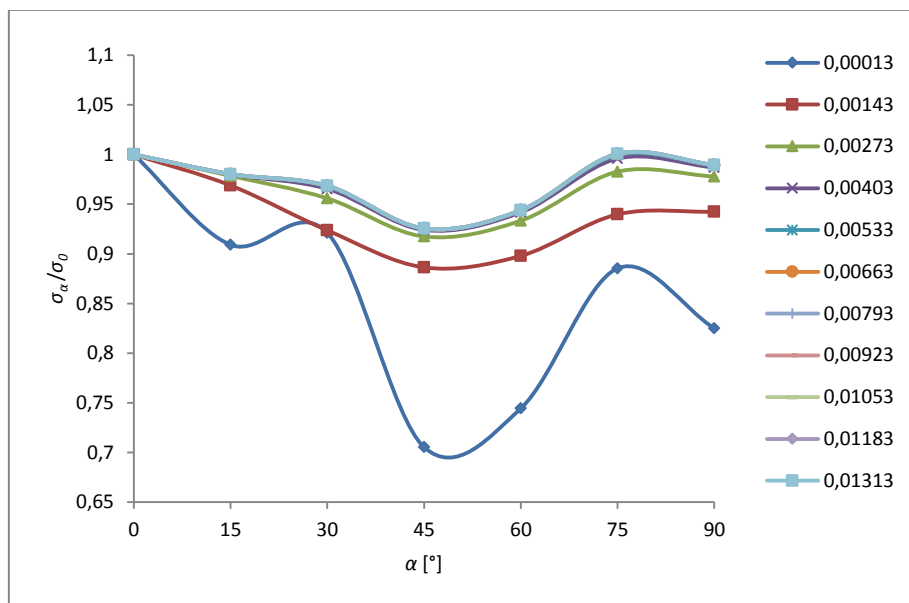


a)

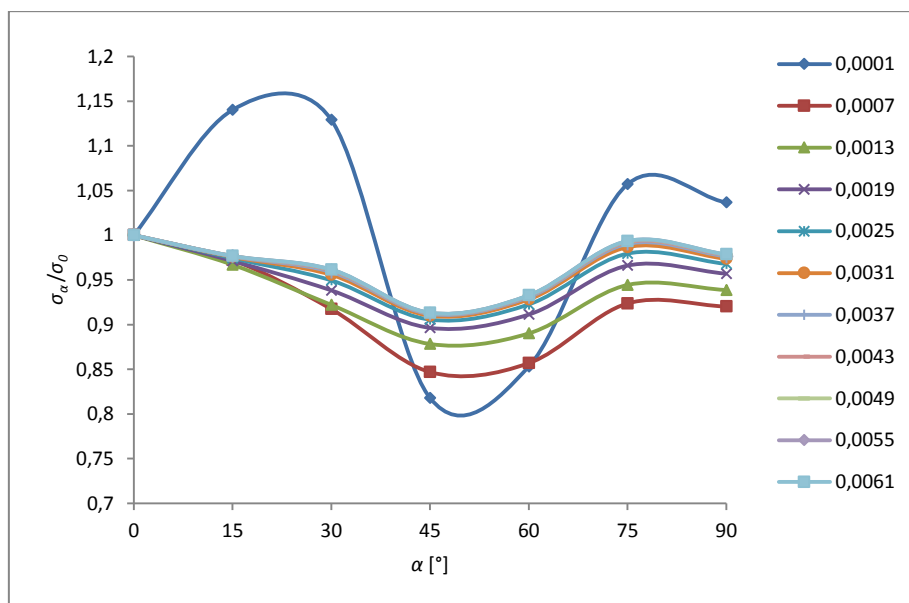


b)

Slika 7.3. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog naprežanja tečenja za različite vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine dobivena na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$



a)



b)

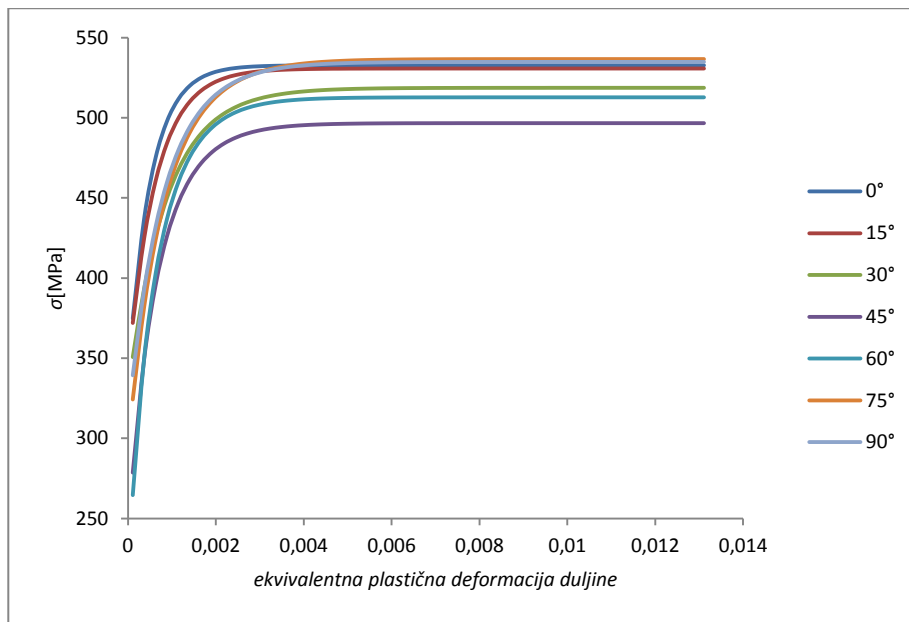
Slika 7.4. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije:  
a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

Reprezentativna naprezanja tečenja svake orijentacije također su izračunata razmatranjem jednog reprezentativnog uzorka orijentacije odabranog prema tablici 6.5. Ovi reprezentativni uzorci odabrani su na temelju rezultata pokusa dubokog vučenja na način koji je opisan u poglavlju 6.1.4. U ovom slučaju, kao referentni uzorak za računanje naprezanja tečenja svih orijentacija uzima se uzorak 3 orijentacije  $0^\circ$  (za oba razmatrana područja  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ ). Reprezentativno naprezanje tečenja za određenu orijentaciju  $\alpha$  računa se kao i u prethodnom slučaju. Za odabrani uzorak razmatrane orijentacije  $\alpha$  izračunate su stvarne plastične deformacije duljine za koje je plastični rad  $W_\alpha^p$  jednak plastičnom radu referentnog uzorka  $W_0^p$ , a iz Voce zakona očvršćavanja odgovarajuće naprezanje tečenja koje se uzima kao reprezentativno za tu orijentaciju.

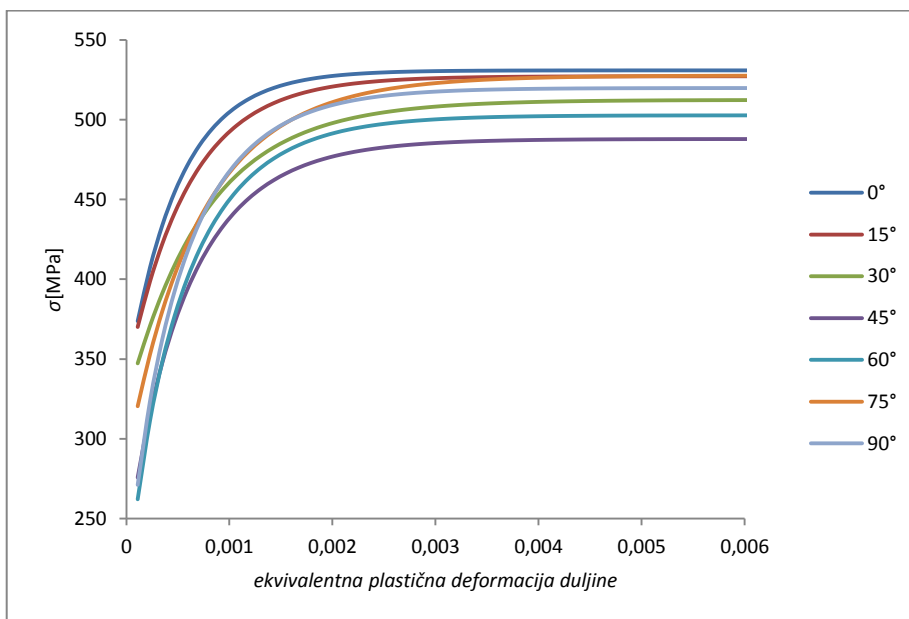
Dobivene vrijednosti prikazane su na slici 7.5. u obliku dijagrama ovisnosti reprezentativnog naprezanja o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za oba promatrana područja ( $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ ).

Na slici 7.6. prikazana je orijentacijska ovisnost reprezentativnog naprezanja tečenja, a na slici 7.7. orijentacijska ovisnost reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja za jedanaest odabranih vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine  $\bar{\varepsilon}^p$ . Vrijednosti prikazane na slikama 7.6. i 7.7. navedene su u prilogu u tablici 5. i tablici 6. Kao i u prethodnom slučaju, može se ustanoviti da se orijentacijska ovisnost reprezentativnog naprezanja tečenja smanjuje sa napredovanjem ekvivalentne plastične deformacije te da se orijentacijska ovisnost za najnižu vrijednost ekvivalentne plastične deformacije značajno razlikuje od ostalih koje imaju sličan trend.

Prema zaključcima iz poglavlja 6.1. prema kojima se najbolja rješenja dobivaju odabirom jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  (tablica 6.5.) za konačne reprezentativne vrijednosti mogu se usvojiti vrijednosti naprezanja tečenja prikazane na slici 7.5.a) te pripadne promjene orijentacijske ovisnosti naprezanja tečenja s napredovanjem plastične deformacije prikazane na slikama 7.6.a) i 7.7.a).

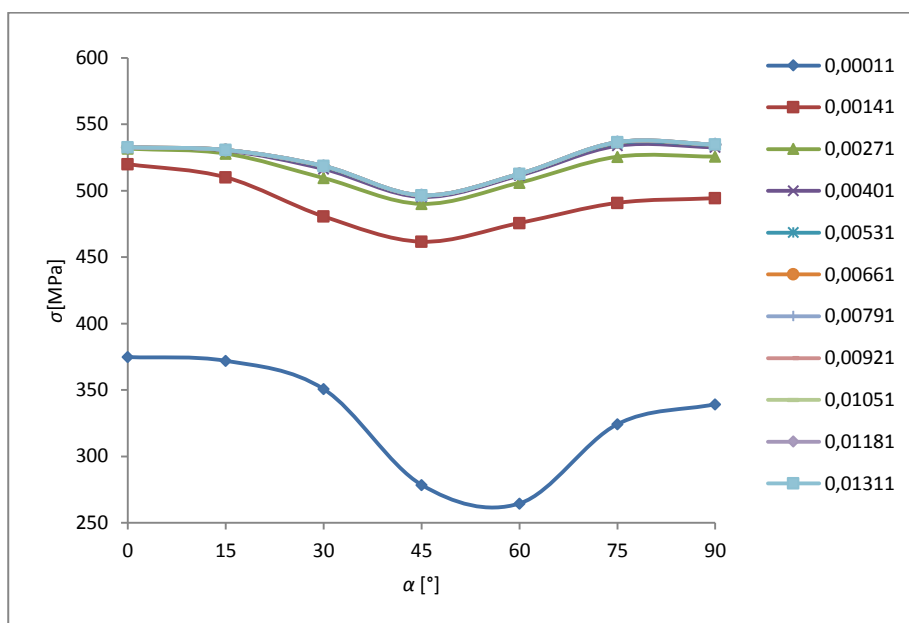


a)

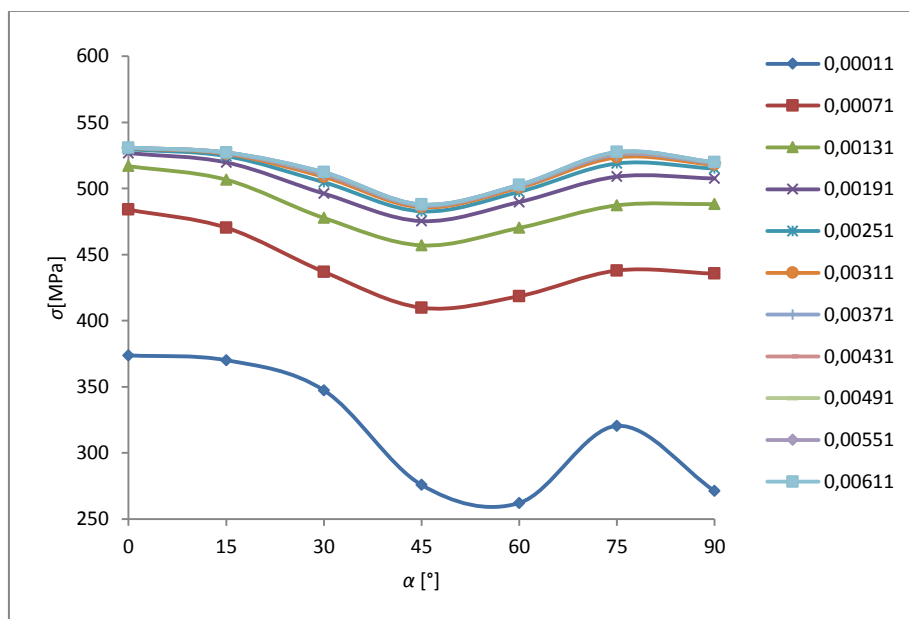


b)

Slika 7.5. Dijagrami ovisnosti reprezentativnog naprezanja tečenja o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

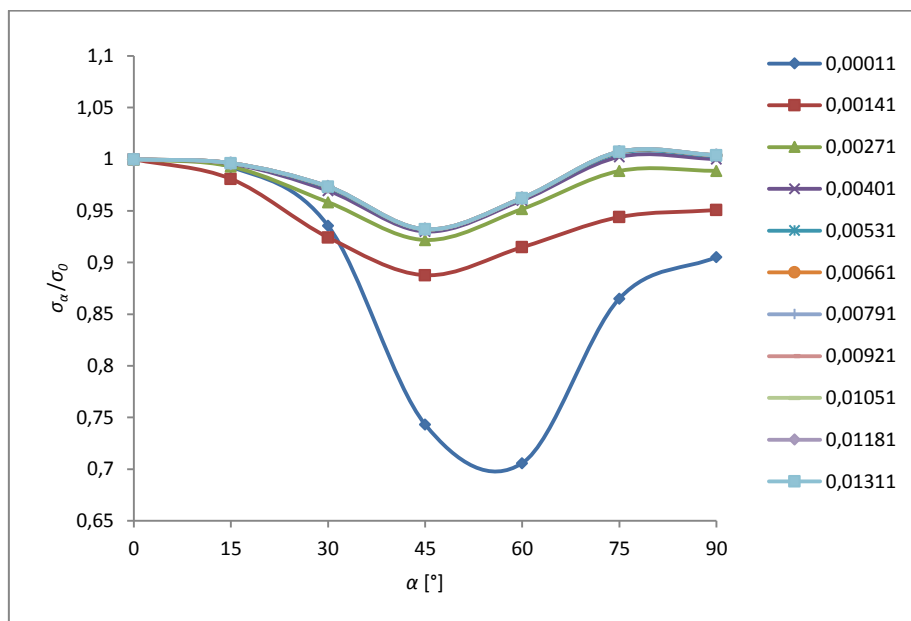


a)

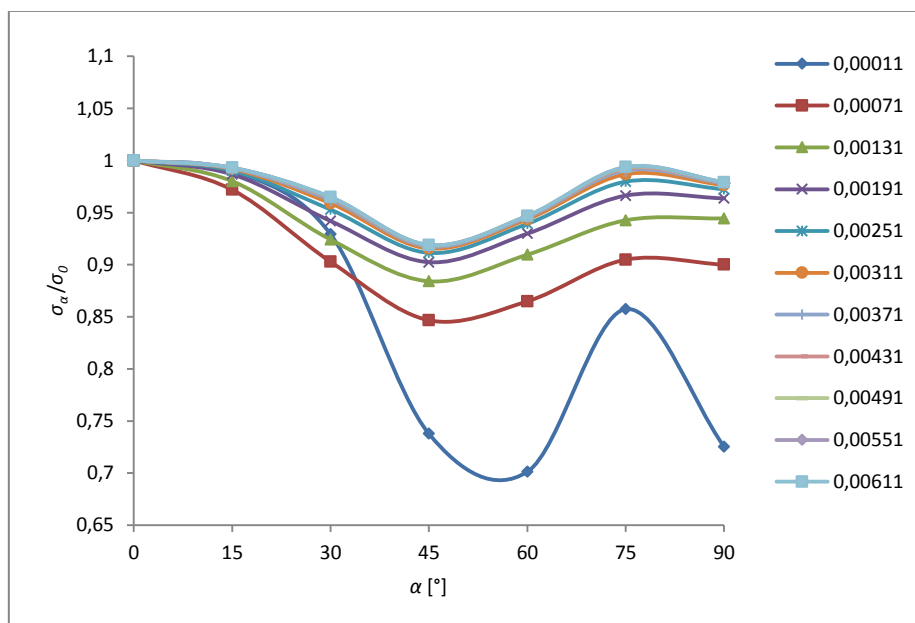


b)

Slika 7.6. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog napreznja tečenja za različite vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine dobivena na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$



a)



b)

Slika 7.7. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$



## 8. PROMJENA ORIJENTACIJSKE OVISNOSTI LANKFORDOVOG KOEFICIJENTA S NAPREDOVANJEM PLASTIČNE DEFORMACIJE

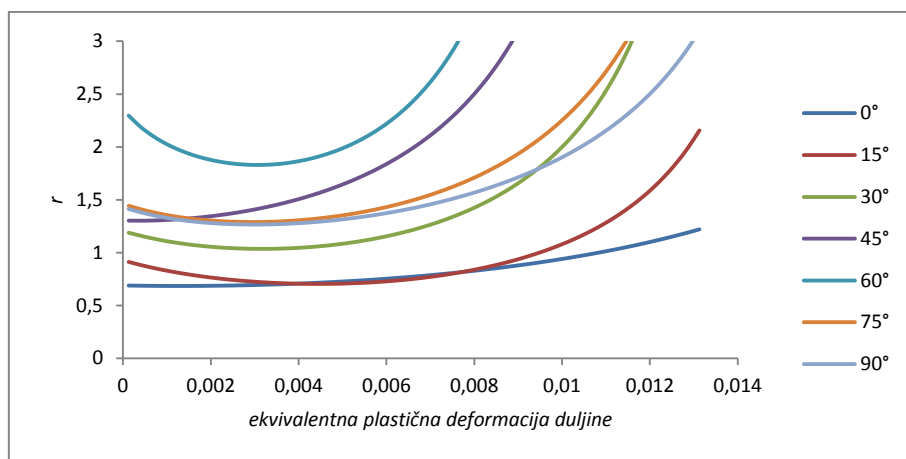
Pomoću principa ekvivalentnosti plastičnog rada objašnjenog u prethodnom poglavlju za svaku se orijentaciju mogu odrediti i reprezentativne trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta koje odgovaraju istim vrijednostima ekvivalentne plastične deformacije. Analogno reprezentativnim naprezanjima tečenja, reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta pojedine orijentacije su također izračunate na dva različita načina, odnosno na temelju različito odabranih reprezentativnih uzoraka. Kao i u prethodnom poglavlju, u prvom se slučaju za svaku orijentaciju razmatraju po dva reprezentativna uzorka navedena u tablici 6.2., a u drugom po jedan reprezentativni uzorak naveden u tablici 6.5. Za oba slučaja određene su reprezentativne trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog na temelju aproksimacije eksperimentalne krivulje  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  sa polinomima 3. stupnja i reprezentativne trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog na temelju aproksimacije polinomima 2. stupnja.

Najprije se određuju reprezentativne vrijednosti trenutnog Lankfordovog koeficijenta za slučaj kada se razmatraju uzorci iz tablice 6.2. Reprezentativne vrijednosti za određenu orijentaciju  $\alpha$  pri tom se dobivaju na slijedeći način. Principom ekvivalentnosti plastičnog rada, za oba odabrana uzorka te orijentacije, odrede se odgovarajuće stvarne plastične deformacije za koje je plastični rad  $W_{\alpha}^p$  jednak radu referentnog uzorka na način prethodno opisan u poglavlju 7. Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti  $\varepsilon_l^{Np}$  u izraze (6.14) i (6.15) dobivaju se nagibi odgovarajuće polinomne aproksimacije 3. ili 2. reda. Pomoću ovih nagiba iz izraza (2.36) izračunaju se odgovarajuće trenutne vrijednosti  $r$  ovih uzoraka, te se njihova srednja vrijednost usvaja kao reprezentativna vrijednost Lankfordovog koeficijenta za razmatranu orijentaciju  $\alpha$ .

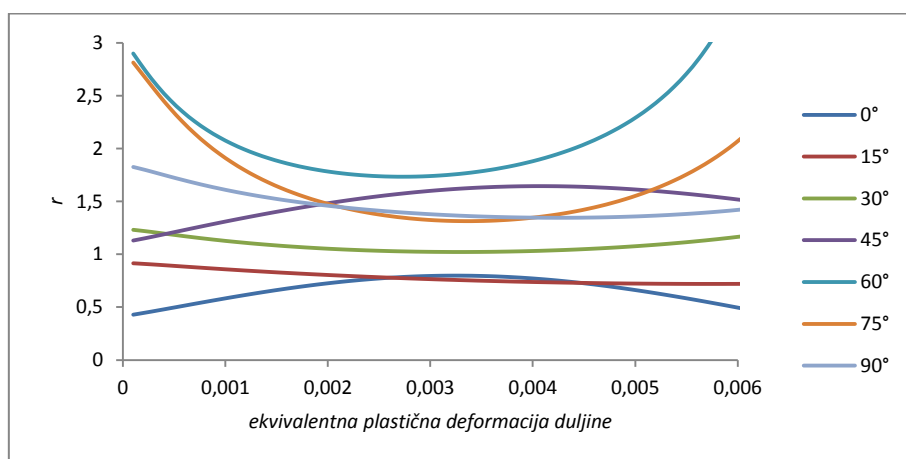
Na slikama 8.1. i 8.2. prikazana je ovisnost reprezentativnih vrijednosti Lankfordovog koeficijenta o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za svih sedam orijentacija za područje  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,006$ .

Na slici 8.1. prikazane su reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja, a na slici 8.2. reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja. Sa slika 8.1. i 8.2. je vidljivo da se u oba slučaja najveće reprezentativne vrijednosti dobivaju za orijentaciju  $60^\circ$ , a najmanje za orijentaciju  $0^\circ$ . Također se može primjetiti da se korištenjem aproksimacijskog polinoma 2. stupnja dobivaju nešto niže vrijednosti Lankfordovog koeficijenta te su ovisnosti  $r - \bar{\epsilon}^p$  gotovo linearne.

Slike 8.3. i 8.4. prikazuju orijentacijsku ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta za jedanaest odabranih vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine  $\bar{\epsilon}^p$ . Na slici 8.3. prikazane su reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivene polinomnom aproksimacijom 3. stupnja navedene u prilogu u tablici 7., a na slici 8.4. reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja navedene u prilogu u tablici 8. Sa slike 8.3. i slike 8.4. izostavljene su ekvivalentne plastične deformacije veće od 0,007 pri kojima Lankfordovi koeficijenti poprimaju neprihvatljive vrijednosti.

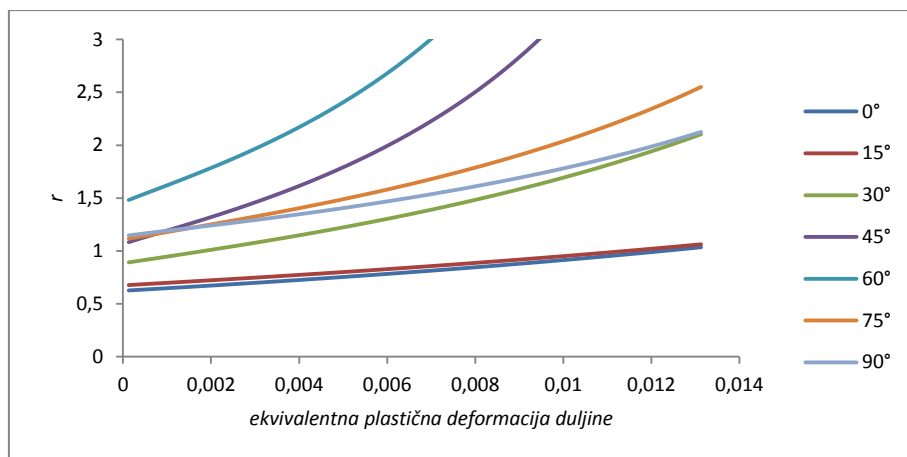


a)

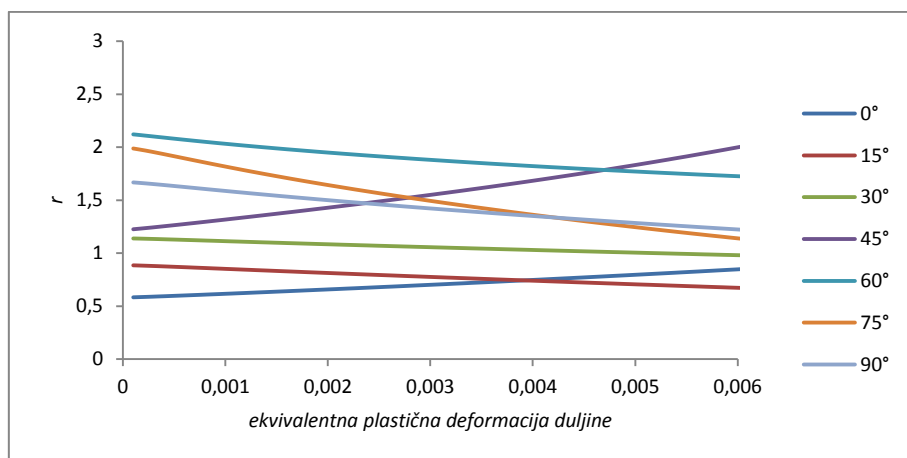


b)

Slika 8.1 Dijagrami ovisnosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

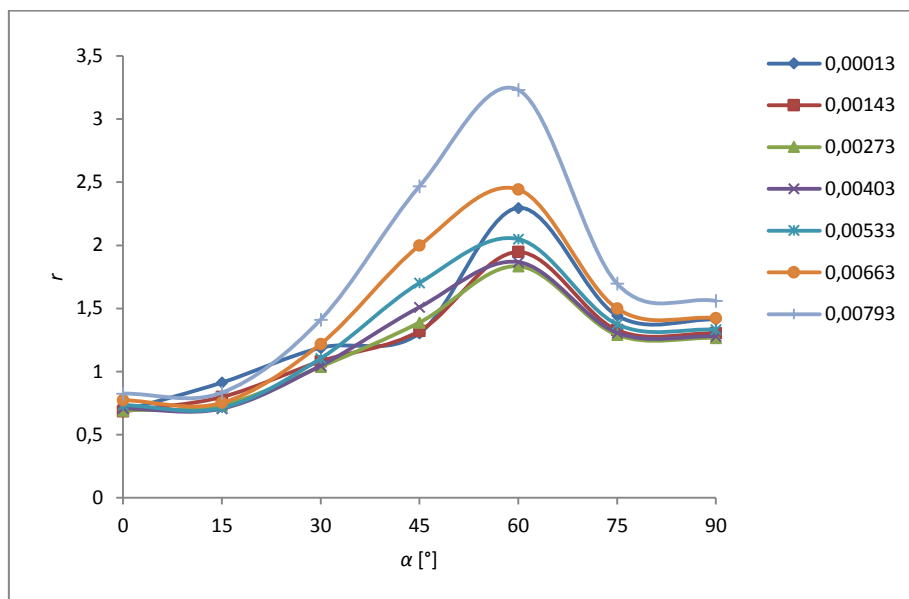


a)

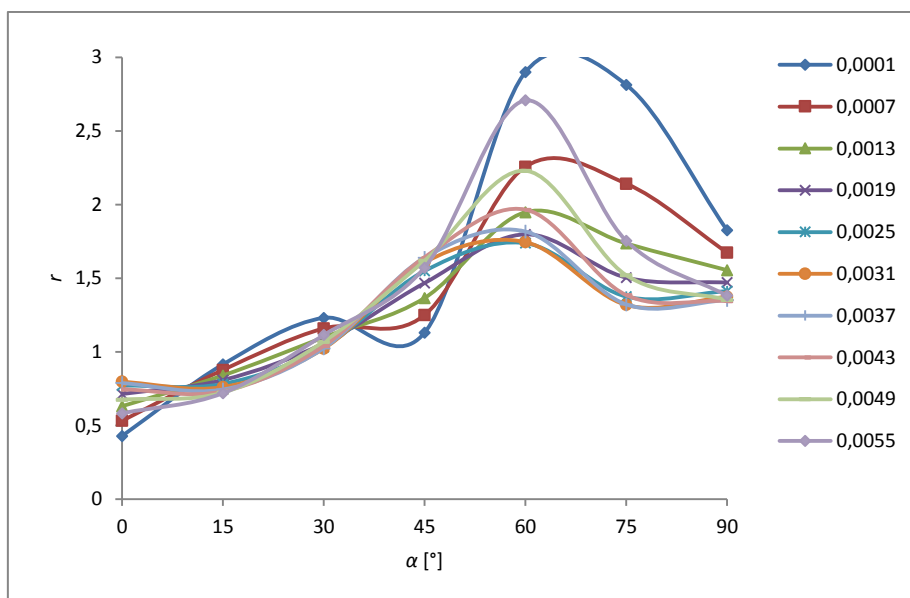


b)

Slika 8.2. Dijagrami ovisnosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

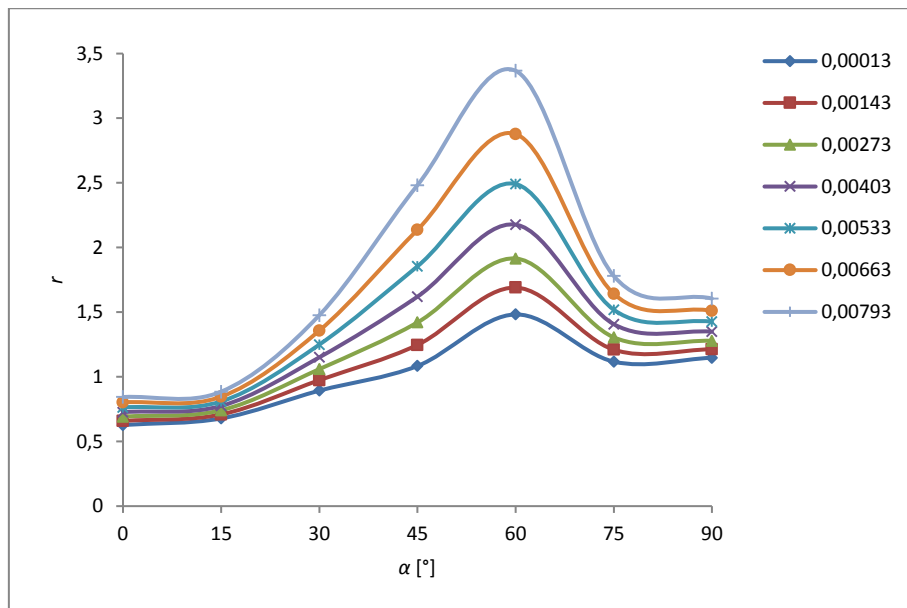


a)

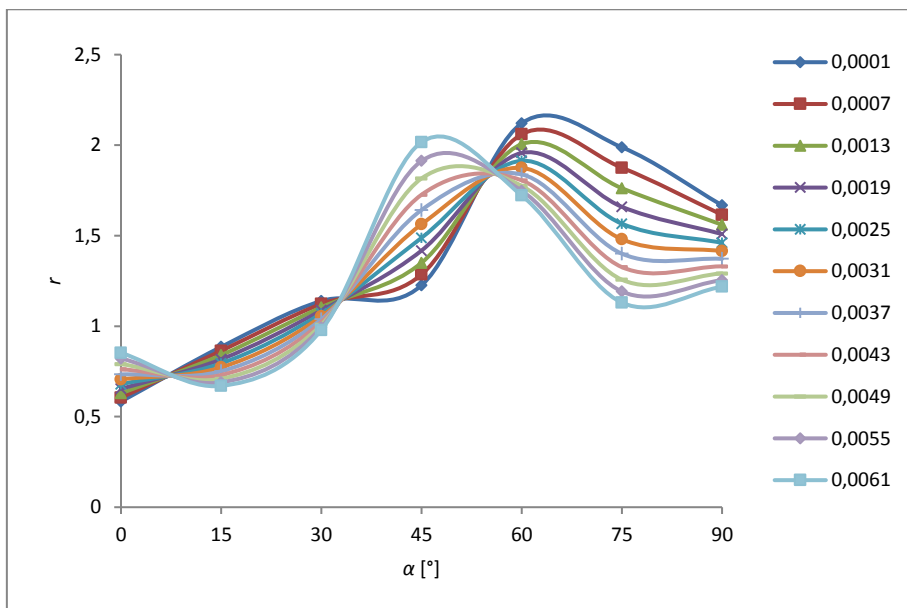


b)

Slika 8.3. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$



a)



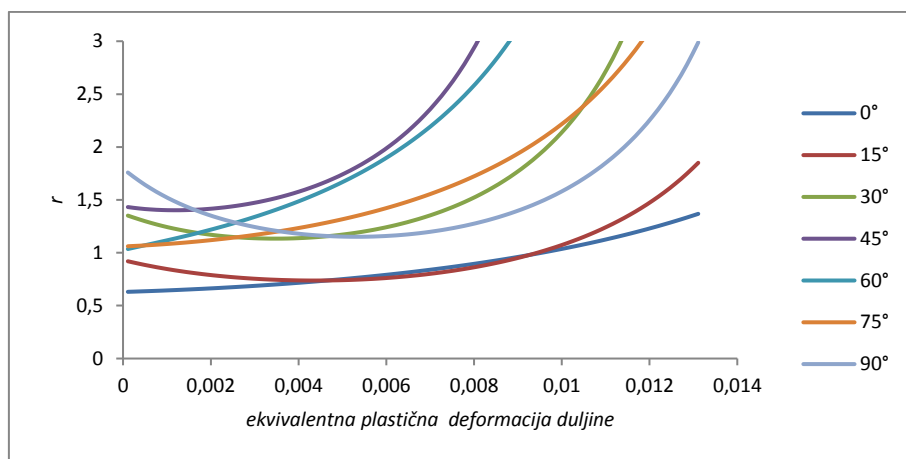
b)

Slika 8.4. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

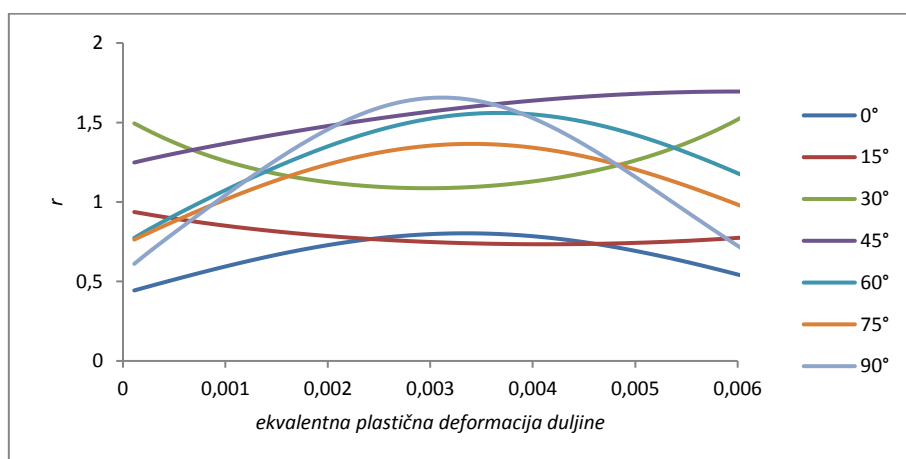
Reprezentativne vrijednosti trenutnog Lankfordovog koeficijenta svake orijentacije određene su i za slučaj kada se razmatraju uzorci iz tablice 6.5. Reprezentativne vrijednosti za određenu orijentaciju  $\alpha$  pri tom se dobivaju na slijedeći način. Principom ekvivalentnosti plastičnog rada, za odabrani uzorak orijentacije  $\alpha$ , odrede se odgovarajuće stvarne plastične deformacije duljine za koje je plastični rad  $W_{\alpha}^p$  jednak radu referentnog uzorka na način opisan u poglavlju 7. Iz izraza (6.14) i (6.15) dobivaju se nagibi odgovarajuće polinomne aproksimacije 3. ili 2. reda, a iz izraza (2.36) trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta uzorka koje se usvajaju kao reprezentativne za tu razmatranu orijentaciju  $\alpha$ .

Dobivene reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta za svih sedam orijentacija prikazane su na slikama 8.5. i 8.6. Kao i u prethodnom slučaju, slika 8.5. prikazuje reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja, a slika 8.6. reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja. Najveće vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivaju se za orijentaciju  $45^\circ$ , a najmanje za orijentaciju  $0^\circ$ .

Slike 8.7. i 8.8. prikazuju orijentacijsku ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja i 2. stupnja za jedanaest odabranih vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije duljine  $\bar{\epsilon}^p$ . Sa slika su izostavljene ekvivalentne plastične deformacije veće od 0,007 za koje se dobivaju neprihvatljive vrijednosti Lankfordovih koeficijenata. Vrijednosti prikazane na slici 8.7. navedene su u prilogu u tablici 9., a vrijednosti na slici 8.4. u tablici 10.



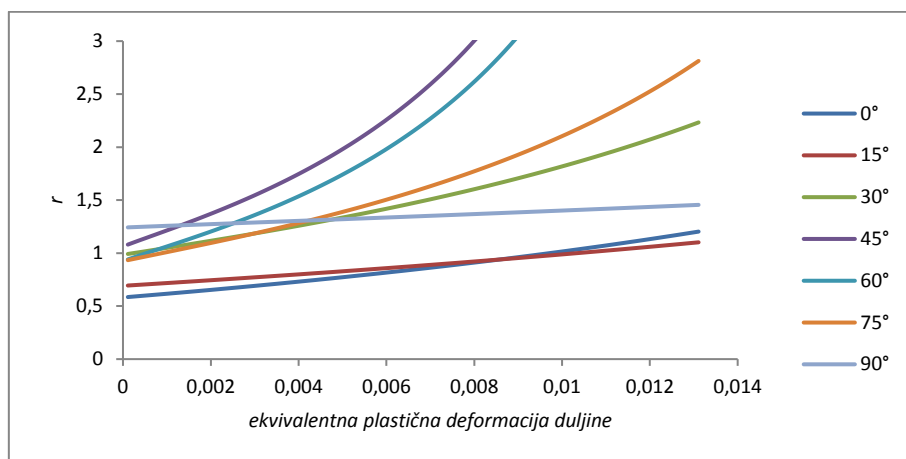
a)



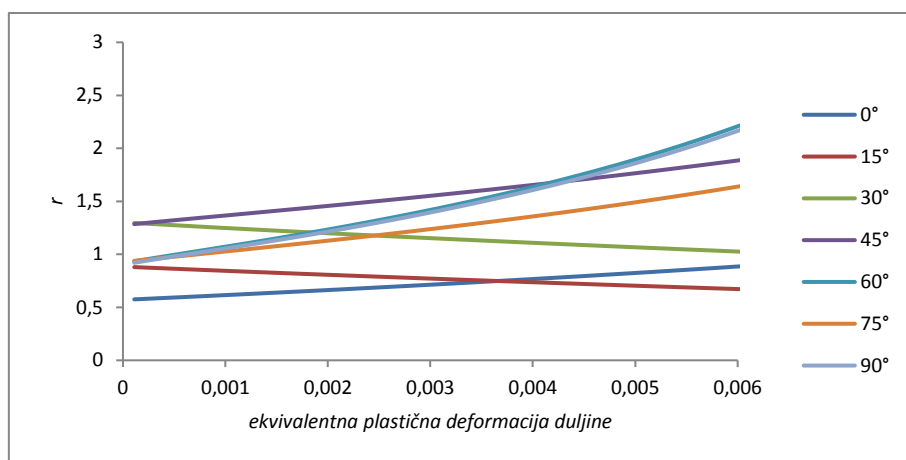
b)

Slika 8.5. Dijagrami ovisnosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$



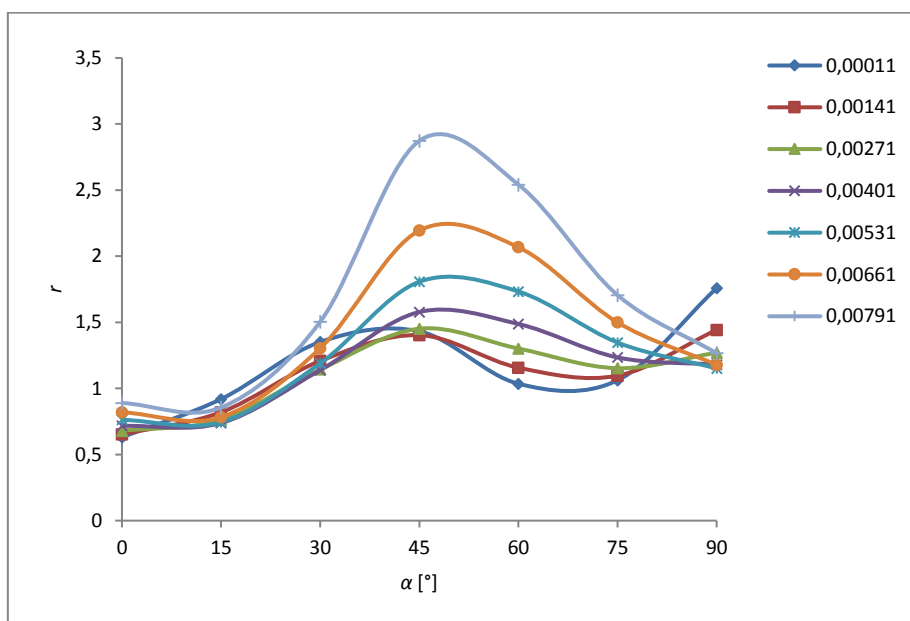


a)

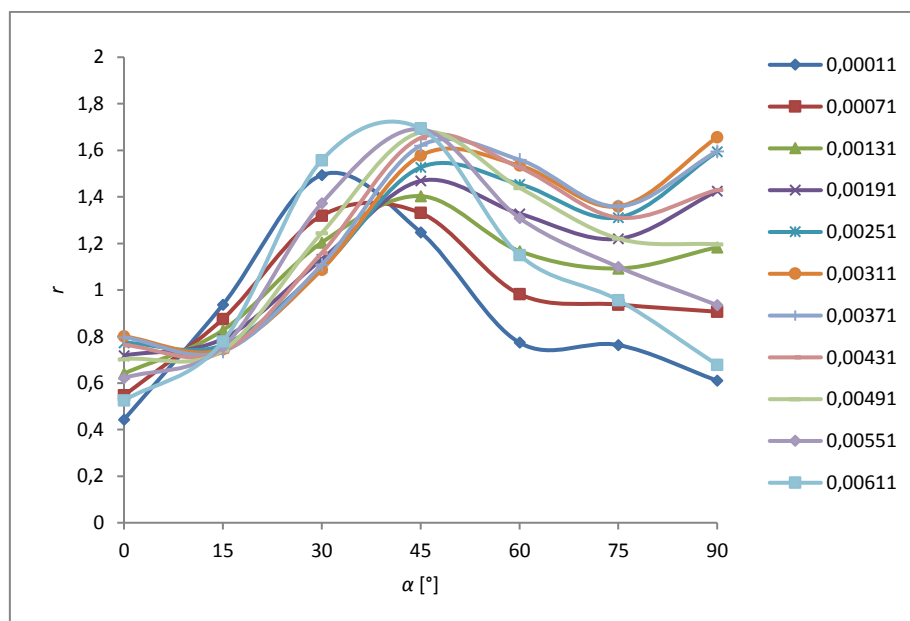


b)

Slika 8.6. Dijagrami ovisnosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) o ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji duljine za različite orijentacije dobiveni na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

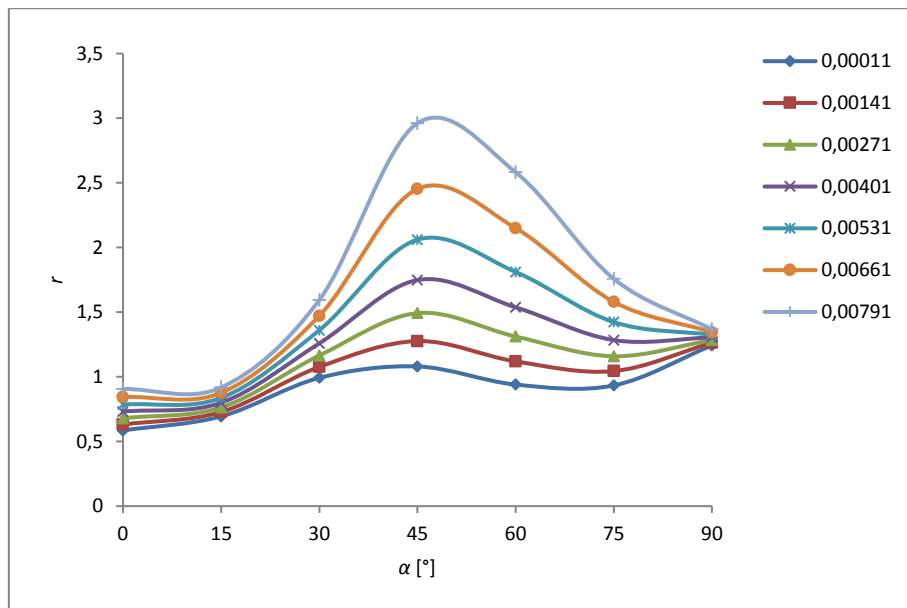


a)

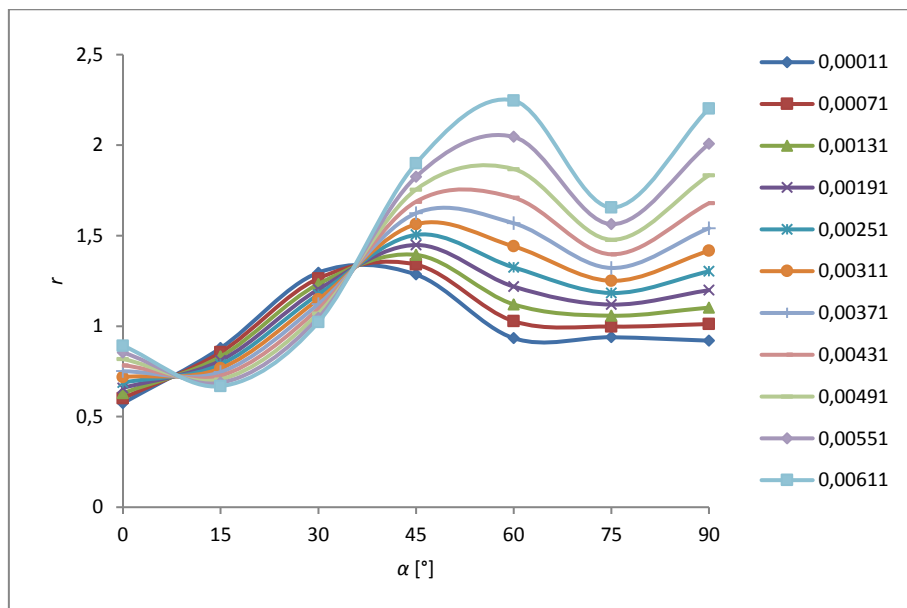


b)

Slika 8.7. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^p \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^p \leq 0,006$



a)



b)

Slika 8.8. Orijentacijska ovisnost reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) za različite vrijednosti  $\bar{\epsilon}^p$  dobivena na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije: a) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$ ; b) za područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$

Kao što je već navedeno, prema zaključcima iz poglavlja 6.1. najbolja se rješenja dobivaju odabirom jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  (uzorci iz tablice 6.5.). To potvrđuju i rezultati prikazani u poglavlju 6.3. prema kojima se bolja rješenja za trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivaju aproksimacijom eksperimentalnih krivulja  $\varepsilon_w^{Np} - \varepsilon_l^{Np}$  sa polinomima 3. i polinomima 2. stupnja na većem području aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ . Nadalje, analizom rezultata prikazanih na slikama 8.5., 8.6., 8.7., i 8.8. može se vidjeti da se povoljnija rješenja dobivaju za slučaj aproksimacije polinomima 2. stupnja. Na temelju ovih zaključaka, kao konačne reprezentativne vrijednosti mogu se usvojiti vrijednosti trenutnog Lankfordovog koeficijenta prikazane na slici 8.6.a) te pripadne promjene orijentacijske ovisnosti Lankfordovog koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije prikazane na slici 8.8.a).

## 9. ZAKLJUČAK

U ovom radu analizirani su rezultati pokusa jednoosnog rastezanja uzoraka lima legure CuFe2P različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja. Iz rezultata pokusa rastezanja dobiveni su dijagrami sila - produljenje, promjena širine - promjena duljine, stvarno naprezanje - stvarna deformacija i stvarna plastična deformacija širine - stvarna plastična deformacija duljine za sve ispitivane uzorke iz kojih se uočava da materijal ima malu rastezljivost te da se u području nestabilnog ponašanja materijala ove ovisnosti značajno razlikuju za različite uzorke iste orijentacije. Na temelju ovih dijagrama određene su elastične i plastične karakteristike svih uzoraka i njihove reprezentativne vrijednosti za svaku ispitivanu orijentaciju.

Vrijednosti Youngovog modula elastičnosti  $E$  svih uzoraka kreću se u rasponu od 108 - 143 GPa a vrijednosti Poissonovog koeficijenta  $\nu$  u rasponu 0,23 - 0,46. Uočeno je da postoji određena anizotropija elastičnih svojstava odnosno da se za uzorke različitih orijentacija dobivaju različite srednje vrijednosti  $E$  i  $\nu$ .

Za sve uzorke određene su vrijednosti dvije različite granice tečenja ( $\sigma_{0,01}$  i  $\sigma_{0,2}$ ) i vrijednosti vlačne čvrstoće  $\sigma_M$  koje također pokazuju značajnu anizotropiju. Vrijednosti granice tečenja  $\sigma_{0,01}$  kreću se u rasponu 205 - 365 MPa, granice tečenja  $\sigma_{0,2}$  u rasponu 461 - 537 MPa, a vlačne čvrstoće  $\sigma_M$  u rasponu 501 - 545 MPa. Očvršćavanje uzoraka uslijed plastične deformacije opisano je Voce zakonom očvršćavanja te su za sve uzorke određene krivulje očvršćavanja za dva razmatrana područja stvarne plastične deformacije: veće područje  $0,0001 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$  i manje područje  $0,0001 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$ .

Lankfordov koeficijent  $r$  izračunat je na tri načina: kao konstantna i inkrementalna veličina prema standardnoj metodi te kao trenutna veličina prema nestandardnom postupku. Konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta određene su na temelju linearne aproksimacije dijagrama stvarna plastična deformacija širine - stvarna plastična deformacija duljine pri čemu su korištena dva različita područja aproksimacije: veće područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,013$  i manje područje  $0 \leq \epsilon^{Np} \leq 0,006$ . Ustanovljeno je da se u oba slučaja

dobivene vrijednosti znatno mijenjaju s promjenom orijentacije uzoraka te da se najveće vrijednosti dobivaju za uzorke orijentacije  $60^\circ$ .

Na temelju ovih vrijednosti izvršena su dva različita načina odabira reprezentativnih uzoraka za svaku ispitanu orijentaciju. U prvom načinu odabrana su po dva reprezentativna uzorka na temelju bližih konstantnih vrijednosti  $r$ . U drugom načinu odabran je po jedan reprezentativni uzorak na temelju konstantnih vrijednosti  $r$  za koje se iz analitičkog izraza za predviđanje visina posudice u postupku cilindričnog dubokog vučenja dobiva profil visina koji najbolje odgovara eksperimentalnom profilu. Ustanovljeno je da se najbolja rješenja predviđanja visina dobivaju za slučaj kada se odabire po jedan reprezentativni uzorak svake orijentacije (2. način odabira) za veće područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ . Sukladno tome, ustanovljeno je da se vrijednosti naprezanja tečenja, parametara Voce zakona očvršćavanja i konstantne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta (za područje  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ ) koje odgovaraju ovim uzorcima mogu usvojiti kao reprezentativne za svaku pojedinu orijentaciju.

Inkrementalne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta određene su na temelju linearne aproksimacije po područjima dijagrama stvarna plastična deformacija širine - stvarna plastična deformacija duljine te je uočeno da se s napredovanjem plastične deformacije na području  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  one za većinu uzoraka najprije smanjuju, a zatim rastu.

Lankfordov koeficijent razmatran je i kao trenutna veličina na temelju aproksimacije eksperimentalnih krivulja stvarna plastična deformacija širine - stvarna plastična deformacija duljine sa polinomnim funkcijama 3. i 2. stupnja pri čemu su također razmatrana dva područja aproksimacije:  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ . Usporedbom s rješenjima za inkrementalne vrijednosti, zaključeno je da se za oba slučaja bolja rješenja dobivaju razmatranjem većeg područja aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ .

Da bi se odredile promjene orijentacijske ovisnosti naprezanja tečenja s napredovanjem plastične deformacije primjenjen je princip ekvivalentnosti plastičnog rada te su za svaku orijentaciju određena reprezentativna naprezanja tečenja koja odgovaraju istim vrijednostima ekvivalentne plastične deformacije. Pri tome su također razmatrani različiti

reprezentativni uzorci svake orijentacije: po dva uzorka (1. način) odnosno po jedan uzorak (2. način) za oba područja aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ . Na temelju prethodnih razmatranja ustanovljeno je da se kao reprezentativne mogu usvojiti vrijednosti naprezanja tečenja dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za veće područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$ . Uočeno je da se orijentacijska ovisnost naprezanja tečenja smanjuje s napredovanjem ekvivalentne plastične deformacije te da se krivulje orijentacijske ovisnosti naprezanja tečenja za najnižu vrijednost ekvivalentne deformacije znatno razlikuju od krivulja pri višim vrijednostima koje imaju gotovo identičan oblik.

Za svaku su orijentaciju pomoću principa ekvivalentnosti plastičnog rada određene i reprezentativne trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta koje odgovaraju istim vrijednostima ekvivalentne plastične deformacije. Reprezentativne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta pojedine orijentacije su također izračunate na dva različita načina, na temelju različito odabranih reprezentativnih uzoraka (po dva uzorka u 1. načinu odnosno po jedan uzorak u 2. načinu). Za oba su slučaja razmatrane vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivene na temelju aproksimacije polinomima 3. i 2. stupnja na područjima aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,006$ . Sukladno prethodnim zaključcima, zaključeno je da se kao reprezentativne mogu usvojiti trenutne vrijednosti Lankfordovog koeficijenta dobivene razmatranjem jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za veće područje aproksimacije  $0 \leq \varepsilon^{Np} \leq 0,013$  i za polinomnu aproksimaciju 2. stupnja.

## LITERATURA

- [1] Cvitanić, V. : "Predavanja iz kolegija Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti", e-learning portal, FESB, Split
- [2] BS ISO 10113:2006 Metallic materials. Sheet and strip. Determination of plastic strain ratio, BSI, 2006.
- [3] Yoon, J.W.; Barlat, F.; Dick, R.E.; Karabin, M.E. : "Prediction of six or eight ears in a drawn cup based on a new anisotropic yield function", International Journal of Plasticity, 22, 174 - 193,2006.
- [4] Džoja, M.; Cvitanić, V.; Safaei, M.; Krstulović-Opara, L. : "Modelling the plastic anisotropy evolution of AA5754-H22 sheet and implementation in predicting cylindrical cup drawing process", European Journal of Mechanics. A solids, 77, 2019.
- [5] Safaei, M.; Lee, M.-G.; Zang, S.-l.; De Waele, W. : "An evolutionary anisotropic model for sheet metals based on non-associated flow rule approach", Computational Materials Science, 81, 15 - 29, 2013.
- [6] Dumanić, I. : "Utjecaj promjene Lankfordova parametra na predviđanja dubokog vučenja", diplomski rad, FESB, Split, 2017.



## SAŽETAK

U ovom radu obrađeni su rezultati pokusa jednoosnog rastezanja uzoraka lima legure CuFe2P različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja. Iz ovih rezultata za svaki ispitivani uzorak određene su elastične karakteristike: Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent te plastične karakteristike: granica tečenja, zakon očvršćavanja, vlačna čvrstoća i Lankfordov koeficijent. Lankfordov koeficijent razmatran je kao konstantna i kao inkrementalna veličina prema standardnoj metodi. Lankfordov koeficijent računat je i kao trenutna veličina prema nestandardnom postupku na temelju aproksimacije eksperimentalne krivulje stvarna plastična deformacija širine - stvarna plastična deformacija duljine odgovarajućom polinomnom funkcijom. Rezultati pokusa rastezanja dovedeni su u vezu s rezultatima dobivenima u pokusu cilindričnog dubokog vučenja istog materijala. Na temelju ovog razmatranja za svaku su ispitanu orijentaciju određeni reprezentativni uzorci i pripadne reprezentativne vrijednosti razmatranih elastičnih i plastičnih karakteristika. Analizirana je i promjena orijentacijskih ovisnosti naprezanja tečenja i Lankfordovog koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije.

Ključne riječi:

anizotropija limova, pokus rastezanja, Lankfordov koeficijent, naprezanje tečenja

# CHARACTERIZATION OF PLASTIC ANISOTROPY OF SHEET ALLOY CuFe2P

## SUMMARY

In this paper, the experimental data obtained in the uniaxial tensile tests of copper alloy CuFe2P sheet specimens with different orientations with respect to the rolling direction are processed. Based on the experimental data, elastic characteristics: Young's modulus and Poisson's ratio and plastic characteristics: yield stress, hardening law, tensile strength and Lankford coefficient were determined for each tested specimen. Lankford coefficient was considered as a constant and as an incremental value according to standards. Lankford coefficient was also calculated as an instantaneous value according to a non-standard approach based on non-linear polynomial fit of the experimental transverse versus longitudinal true plastic strain curves. The results obtained in the tensile tests were correlated to the results obtained in the cylindrical cup deep drawing tests of the same material. Based on this consideration, representative samples and corresponding representative values of the considered elastic and plastic characteristics were determined for each tested orientation. The evolution of yield stress and Lankford coefficient directional dependences with ongoing plastic deformation was also analyzed.

Keywords:

sheet metal anisotropy, tensile test , Lankford coefficient, yield stress

## PRILOG

Tablica 1. Koeficijenti aproksimacijskih polinoma 3. stupnja za područje aproksimacije  
 $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon_r^{Np} \leq 0,006$

$\alpha[^\circ]$	Br.	$0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$				$0 \leq \varepsilon_r^{Np} \leq 0,006$			
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i> ·10 <sup>5</sup>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i> ·10 <sup>5</sup>
0°	1	-387,145	4,592	-0,429	0,136	167,367	-0,026	-0,420	0,036
	2	-286,087	0,467	-0,396	5,580	5442,394	-50,386	-0,288	2,989
	3	-250,450	-2,377	-0,386	4,626	4401,625	-44,161	-0,298	3,228
15°	1	-773,726	11,682	-0,482	0,956	56,647	5,164	-0,471	0,773
	2	-1358,435	17,836	-0,480	-0,967	-1292,077	18,524	-0,485	-0,813
	3	-974,414	12,957	-0,482	-0,533	-1213,386	15,226	-0,487	-0,445
30°	1	-822,656	7,337	-0,534	0,663	-685,936	6,191	-0,532	0,599
	2	-1112,052	12,416	-0,577	-1,730	-2763,845	26,456	-0,605	-1,319
	3	-1248,623	14,095	-0,557	-0,323	-2030,449	21,602	-0,573	-0,030
45°	1	-998,028	4,377	-0,590	0,554	568,688	-11,475	-0,552	-0,387
	2	-944,928	4,058	-0,564	-0,240	-1196,747	4,190	-0,559	-0,501
	3	-429,408	-1,990	-0,568	2,278	2536,553	-30,897	-0,499	0,450
60°	1	-1588,946	19,797	-0,732	-7,100	-6150,471	58,421	-0,808	-5,473
	2	-346,318	-8,033	-0,506	4,464	3720,763	-45,842	-0,421	2,360
	3	-1239,771	10,087	-0,666	-0,640	-839,990	4,866	-0,651	-1,088
75°	1	-1145,420	15,719	-0,650	-2,102	-3538,750	36,773	-0,694	-1,291
	2	-457,323	-1,616	-0,514	2,859	3965,479	-42,959	-0,422	0,945
	3	-3634,899	47,353	-0,768	-3,526	-6099,555	62,331	-0,781	-3,726
90°	1	-1185,809	19,514	-0,642	-2,416	-2819,137	33,114	-0,668	-1,993
	2	-69,720	-7,023	-0,515	8,199	7797,177	-79,461	-0,354	4,184
	3	-749,419	9,773	-0,642	0,180	-5,688	2,744	-0,626	-0,194

Tablica 2. Koeficijenti aproksimacijskih polinoma 2. stupnja za područje aproksimacije  
 $0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i  $0 \leq \varepsilon_r^{Np} \leq 0,006$

$\alpha [^\circ]$	Br.	$0 \leq \varepsilon_l^{Np} \leq 0,013$			$0 \leq \varepsilon_r^{Np} \leq 0,006$		
		$b$	$c$	$d \cdot 10^5$	$b$	$c$	$d \cdot 10^5$
0°	1	-2,255	-0,400	-0,884	1,319	-0,423	0,071
	2	-4,638	-0,374	4,585	-6,425	-0,372	4,821
	3	-6,798	-0,368	3,986	-8,857	-0,363	4,122
15°	1	-2,041	-0,424	-1,295	5,617	-0,471	0,787
	2	-6,169	-0,380	-4,770	8,196	-0,466	-1,112
	3	-4,371	-0,409	-3,151	5,530	-0,469	-0,695
30°	1	-7,177	-0,474	-1,555	0,707	-0,521	0,454
	2	-7,132	-0,496	-4,707	4,655	-0,565	-1,873
	3	-7,859	-0,465	-3,851	5,382	-0,544	-0,485
45°	1	-13,308	-0,515	-2,743	-6,921	-0,560	-0,225
	2	-12,634	-0,493	-3,408	-5,358	-0,541	-0,857
	3	-9,554	-0,536	0,795	-10,631	-0,538	1,252
60°	1	-8,344	-0,612	-12,736	8,891	-0,714	-7,461
	2	-14,174	-0,480	3,240	-16,034	-0,477	3,53
	3	-11,892	-0,573	-4,653	-1,794	-0,638	-1,305
75°	1	-4,642	-0,564	-5,707	8,410	-0,641	-2,184
	2	-9,710	-0,480	1,422	-11,217	-0,481	1,944
	3	-15,682	-0,509	-14,355	13,277	-0,689	-5,388
90°	1	-1,468	-0,554	-6,050	10,398	-0,626	-2,698
	2	-8,265	-0,509	7,942	-16,567	-0,474	6,744
	3	-3,602	-0,585	-2,410	2,698	-0,626	-0,196

Tablica 3. Vrijednosti reprezentativnog naprezanja tečenja svake orijentacije pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0$	$\sigma_{15}$	$\sigma_{30}$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{60}$	$\sigma_{75}$	$\sigma_{90}$
0,00013	379,091	344,659	349,185	267,384	282,191	335,662	312,752
0,00143	526,145	509,762	485,975	466,345	472,462	494,469	495,864
0,00273	537,267	525,736	513,556	492,923	501,480	528,009	525,399
0,00403	538,102	527,379	519,514	497,234	506,768	535,920	531,054
0,00533	538,165	527,549	520,850	497,961	507,773	537,874	532,202
0,00663	538,169	527,567	521,152	498,085	507,966	538,363	532,442
0,00793	538,170	527,569	521,221	498,106	508,003	538,486	532,493
0,00923	538,170	527,569	521,236	498,109	508,010	538,517	532,504
0,01053	538,170	527,569	521,240	498,110	508,011	538,525	532,506
0,01183	538,170	527,569	521,240	498,110	508,012	538,527	532,507
0,01313	538,170	527,569	521,241	498,110	508,012	538,527	532,507
$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0$	$\sigma_{15}$	$\sigma_{30}$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{60}$	$\sigma_{75}$	$\sigma_{90}$
0,0001	291,218	332,059	328,835	238,211	248,413	307,832	301,885
0,0007	461,731	448,933	423,590	391,063	395,624	426,492	424,901
0,0013	514,298	497,319	474,233	451,716	457,788	485,683	482,759
0,0019	529,299	514,052	496,658	474,453	482,321	511,318	506,535
0,0025	533,534	519,778	506,587	483,170	492,237	522,573	516,423
0,0031	534,728	521,748	511,043	486,571	496,322	527,611	520,606
0,0037	535,065	522,429	513,062	487,912	498,023	529,895	522,396
0,0043	535,160	522,665	513,981	488,443	498,735	530,939	523,167
0,0049	535,187	522,748	514,401	488,655	499,033	531,418	523,501
0,0055	535,195	522,776	514,593	488,739	499,159	531,639	523,645
0,0061	535,197	522,787	514,681	488,773	499,212	531,741	523,709

\* vrijednosti naprezanja tečenja prikazane su u megapaskalima [MPa]

Tablica 4. Vrijednosti reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja ( $\sigma_a/\sigma_0$ ) svake orijentacije pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0/\sigma_0$	$\sigma_{15}/\sigma_0$	$\sigma_{30}/\sigma_0$	$\sigma_{45}/\sigma_0$	$\sigma_{60}/\sigma_0$	$\sigma_{75}/\sigma_0$	$\sigma_{90}/\sigma_0$
0,00013	1	0,909172	0,921111	0,705330	0,744390	0,885440	0,825006
0,00143	1	0,968862	0,923651	0,886343	0,897969	0,939796	0,942447
0,00273	1	0,978538	0,955867	0,917464	0,933390	0,982768	0,977911
0,00403	1	0,980071	0,965456	0,924051	0,941770	0,995944	0,986903
0,00533	1	0,980275	0,967825	0,925294	0,943527	0,999459	0,988921
0,00663	1	0,980299	0,968379	0,925516	0,943877	1,000360	0,989357
0,00793	1	0,980302	0,968506	0,925555	0,943945	1,000588	0,989451
0,00923	1	0,980302	0,968534	0,925562	0,943958	1,000645	0,989471
0,01053	1	0,980302	0,968541	0,925563	0,943961	1,000659	0,989476
0,01183	1	0,980302	0,968542	0,925563	0,943961	1,000663	0,989477
0,01313	1	0,980302	0,968543	0,925563	0,943962	1,000664	0,989477
$0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0/\sigma_0$	$\sigma_{15}/\sigma_0$	$\sigma_{30}/\sigma_0$	$\sigma_{45}/\sigma_0$	$\sigma_{60}/\sigma_0$	$\sigma_{75}/\sigma_0$	$\sigma_{90}/\sigma_0$
0,0001	1	1,140243	1,129174	0,817982	0,853015	1,057051	1,036629
0,0007	1	0,972282	0,917395	0,846949	0,856828	0,923680	0,920234
0,0013	1	0,966987	0,922098	0,878317	0,890122	0,944361	0,938677
0,0019	1	0,971194	0,938332	0,896378	0,911245	0,966028	0,956991
0,0025	1	0,974217	0,949494	0,905602	0,922598	0,979456	0,967928
0,0031	1	0,975725	0,955706	0,909941	0,928176	0,986690	0,973589
0,0037	1	0,976383	0,958877	0,911874	0,930770	0,990337	0,976321
0,0043	1	0,976652	0,960425	0,912705	0,931935	0,992111	0,977589
0,0049	1	0,976756	0,961161	0,913053	0,932446	0,992957	0,978163
0,0055	1	0,976796	0,961507	0,913198	0,932668	0,993355	0,978420
0,0061	1	0,976811	0,961667	0,913257	0,932763	0,993541	0,978534

Tablica 5. Vrijednosti reprezentativnog naprezanja tečenja svake orijentacije pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

0 ≤ $\epsilon_l^{Np}$ ≤ 0,013							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0$	$\sigma_{15}$	$\sigma_{30}$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{60}$	$\sigma_{75}$	$\sigma_{90}$
0,00011	374,769	371,946	350,648	278,547	264,533	324,212	339,290
0,00141	520,002	510,104	480,676	461,636	475,714	490,871	494,407
0,00271	531,678	527,951	509,567	490,107	506,072	525,613	525,700
0,00401	532,617	530,327	516,414	495,363	511,483	533,851	532,692
0,00531	532,692	530,648	518,100	496,373	512,489	535,900	534,320
0,00661	532,698	530,692	518,520	496,569	512,677	536,416	534,704
0,00791	532,699	530,698	518,625	496,607	512,713	536,546	534,794
0,00921	532,699	530,699	518,651	496,614	512,719	536,579	534,816
0,01051	532,699	530,699	518,657	496,615	512,720	536,588	534,821
0,01181	532,699	530,699	518,659	496,616	512,721	536,590	534,822
0,01311	532,699	530,699	518,660	496,616	512,721	536,590	534,822
0 ≤ $\epsilon_l^{Np}$ ≤ 0,006							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0$	$\sigma_{15}$	$\sigma_{30}$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{60}$	$\sigma_{75}$	$\sigma_{90}$
0,00011	373,742	370,087	347,300	275,731	262,110	320,438	271,132
0,00071	483,965	470,340	436,938	409,768	418,549	437,908	435,549
0,00131	516,884	506,608	477,664	456,962	470,150	487,210	488,156
0,00191	526,716	519,693	496,134	475,308	489,718	508,963	507,565
0,00251	529,652	524,460	504,693	482,710	497,462	518,897	515,027
0,00311	530,529	526,208	508,723	485,750	500,586	523,525	517,947
0,00371	530,791	526,851	510,637	487,009	501,857	525,706	519,098
0,00431	530,869	527,088	511,551	487,532	502,376	526,739	519,554
0,00491	530,892	527,175	511,989	487,750	502,588	527,230	519,734
0,00551	530,899	527,208	512,199	487,841	502,675	527,463	519,806
0,00611	530,901	527,219	512,299	487,879	502,711	527,575	519,834

\* vrijednosti naprezanja tečenja prikazane su u megapaskalima [MPa]

Tablica 6. Vrijednosti reprezentativnog normiranog naprezanja tečenja ( $\sigma_a/\sigma_0$ ) svake orijentacije pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0/\sigma_0$	$\sigma_{15}/\sigma_0$	$\sigma_{30}/\sigma_0$	$\sigma_{45}/\sigma_0$	$\sigma_{60}/\sigma_0$	$\sigma_{75}/\sigma_0$	$\sigma_{90}/\sigma_0$
0,00011	1	0,992466	0,935636	0,743250	0,705855	0,865097	0,905331
0,00141	1	0,980965	0,924372	0,887758	0,914830	0,943978	0,950779
0,00271	1	0,992990	0,958413	0,921812	0,951839	0,988591	0,988756
0,00401	1	0,995701	0,969578	0,930056	0,960321	1,002317	1,000141
0,00531	1	0,996163	0,972606	0,931819	0,962073	1,006021	1,003056
0,00661	1	0,996233	0,973383	0,932176	0,962415	1,006978	1,003764
0,00791	1	0,99624	0,973579	0,932246	0,962481	1,007222	1,003933
0,00921	1	0,996245	0,973629	0,932260	0,962493	1,007284	1,003974
0,01051	1	0,996245	0,973641	0,932263	0,962496	1,007300	1,003983
0,01181	1	0,996245	0,973644	0,932263	0,962496	1,007304	1,003985
0,01311	1	0,996245	0,973645	0,932263	0,962496	1,007305	1,003986
$0 \leq \epsilon_f^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^p$	$\sigma_0/\sigma_0$	$\sigma_{15}/\sigma_0$	$\sigma_{30}/\sigma_0$	$\sigma_{45}/\sigma_0$	$\sigma_{60}/\sigma_0$	$\sigma_{75}/\sigma_0$	$\sigma_{90}/\sigma_0$
0,00011	1	0,990222	0,929253	0,737757	0,701314	0,857378	0,725454
0,00071	1	0,971847	0,902829	0,846689	0,864832	0,904833	0,899960
0,00131	1	0,980119	0,924122	0,884071	0,909586	0,942591	0,944420
0,00191	1	0,986666	0,941939	0,902400	0,929758	0,966296	0,963642
0,00251	1	0,990197	0,952877	0,911372	0,939225	0,979694	0,972387
0,00311	1	0,991855	0,958897	0,915595	0,943560	0,986799	0,976283
0,00371	1	0,992577	0,962030	0,917515	0,945488	0,990420	0,977971
0,00431	1	0,992877	0,963611	0,918366	0,946327	0,992220	0,978685
0,00491	1	0,992998	0,964393	0,918736	0,946685	0,993101	0,978982
0,00551	1	0,993046	0,964775	0,918895	0,946836	0,993528	0,979104
0,00611	1	0,993065	0,964961	0,918963	0,946900	0,993733	0,979154



Tablica 7. Vrijednosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta svake orijentacije (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^D$  dobivene na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^D$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00013	0,689	0,913	1,189	1,303	2,297	1,443	1,413
0,00143	0,685	0,798	1,081	1,321	1,947	1,328	1,303
0,00273	0,691	0,734	1,039	1,388	1,834	1,291	1,267
0,00403	0,708	0,706	1,046	1,510	1,867	1,308	1,280
0,00533	0,735	0,712	1,104	1,702	2,050	1,375	1,332
0,00663	0,774	0,753	1,219	1,998	2,443	1,499	1,423
0,00793	0,826	0,833	1,411	2,468	3,231	1,696	1,559
0,00923	0,892	0,966	1,724	3,281	5,048	1,998	1,752
0,01053	0,977	1,178	2,249	5,007	12,254	2,473	2,026
0,01183	1,085	1,525	3,243	12,244	144,699	3,278	2,433
0,01313	1,221	2,157	5,762	-5,876	-8,381	4,891	3,101
$0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^D$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,0001	0,429	0,915	1,231	1,130	2,899	2,813	1,826
0,0007	0,532	0,877	1,159	1,250	2,257	2,142	1,675
0,0013	0,631	0,840	1,099	1,366	1,948	1,736	1,555
0,0019	0,714	0,809	1,058	1,467	1,798	1,504	1,471
0,0025	0,771	0,783	1,033	1,549	1,738	1,376	1,412
0,0031	0,797	0,761	1,022	1,608	1,745	1,320	1,374
0,0037	0,788	0,745	1,025	1,639	1,817	1,322	1,352
0,0043	0,746	0,732	1,040	1,643	1,966	1,386	1,345
0,0049	0,676	0,724	1,070	1,619	2,230	1,521	1,355
0,0055	0,583	0,720	1,114	1,572	2,707	1,754	1,381
0,0061	0,477	0,720	1,176	1,506	3,726	2,151	1,429

Tablica 8. Vrijednosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta svake orijentacije (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju dva reprezentativna uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^p$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00013	0,627	0,678	0,893	1,084	1,483	1,117	1,147
0,00143	0,659	0,709	0,974	1,247	1,690	1,210	1,213
0,00273	0,692	0,741	1,060	1,421	1,915	1,305	1,279
0,00403	0,727	0,775	1,151	1,620	2,177	1,407	1,349
0,00533	0,764	0,810	1,249	1,855	2,491	1,519	1,426
0,00663	0,803	0,847	1,357	2,137	2,878	1,642	1,511
0,00793	0,844	0,885	1,476	2,482	3,367	1,780	1,606
0,00923	0,887	0,926	1,608	2,916	4,009	1,935	1,712
0,01053	0,933	0,969	1,755	3,478	4,896	2,112	1,831
0,01183	0,983	1,015	1,919	4,240	6,224	2,315	1,968
0,01313	1,036	1,063	2,104	5,339	8,495	2,551	2,126
$0 \leq \epsilon_i^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^p$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,0001	0,584	0,885	1,139	1,226	2,121	1,988	1,668
0,0007	0,605	0,864	1,123	1,285	2,060	1,875	1,615
0,0013	0,629	0,840	1,104	1,350	2,005	1,762	1,560
0,0019	0,654	0,817	1,087	1,418	1,957	1,659	1,508
0,0025	0,680	0,794	1,070	1,488	1,914	1,566	1,460
0,0031	0,706	0,772	1,054	1,563	1,874	1,480	1,415
0,0037	0,733	0,751	1,038	1,642	1,838	1,400	1,372
0,0043	0,762	0,730	1,023	1,726	1,805	1,326	1,331
0,0049	0,791	0,710	1,008	1,816	1,775	1,257	1,291
0,0055	0,822	0,690	0,993	1,913	1,748	1,191	1,254
0,0061	0,853	0,670	0,979	2,017	1,722	1,130	1,218

Tablica 9. Vrijednosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta svake orijentacije (dobivenog polinomnom aproksimacijom 3. stupnja) pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^p$  dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^p$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00011	0,631	0,920	1,351	1,432	1,035	1,062	1,759
0,00141	0,651	0,820	1,208	1,403	1,157	1,096	1,443
0,00271	0,680	0,762	1,143	1,452	1,302	1,153	1,270
0,00401	0,716	0,739	1,138	1,578	1,488	1,235	1,180
0,00531	0,763	0,745	1,189	1,807	1,733	1,347	1,151
0,00661	0,820	0,783	1,304	2,194	2,068	1,499	1,179
0,00791	0,890	0,856	1,504	2,873	2,542	1,706	1,267
0,00921	0,975	0,973	1,835	4,217	3,258	1,990	1,430
0,01051	1,080	1,152	2,399	7,807	4,446	2,393	1,704
0,01181	1,208	1,423	3,466	41,091	6,778	2,992	2,162
0,01311	1,368	1,850	6,059	-13,874	13,337	3,958	2,989
$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^p$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00011	0,443	0,937	1,494	1,248	0,774	0,763	0,610
0,00071	0,547	0,875	1,320	1,331	0,983	0,937	0,907
0,00131	0,641	0,827	1,204	1,403	1,167	1,092	1,183
0,00191	0,719	0,790	1,132	1,468	1,328	1,220	1,425
0,00251	0,773	0,763	1,095	1,527	1,455	1,311	1,594
0,00311	0,800	0,745	1,087	1,577	1,535	1,359	1,656
0,00371	0,797	0,736	1,108	1,620	1,560	1,359	1,596
0,00431	0,764	0,734	1,159	1,653	1,526	1,311	1,430
0,00491	0,703	0,741	1,245	1,677	1,439	1,221	1,196
0,00551	0,622	0,756	1,373	1,691	1,309	1,099	0,935
0,00611	0,525	0,779	1,557	1,694	1,150	0,956	0,678

Tablica 10. Vrijednosti reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta svake orijentacije (dobivenog polinomnom aproksimacijom 2. stupnja) pri različitim vrijednostima  $\bar{\epsilon}^D$  dobivene na temelju jednog reprezentativnog uzorka svake orijentacije za područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$  i područje  $0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$

$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,013$							
$\bar{\epsilon}^D$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00011	0,586	0,694	0,992	1,080	0,940	0,934	1,243
0,00141	0,631	0,728	1,077	1,277	1,119	1,044	1,264
0,00271	0,680	0,763	1,165	1,493	1,312	1,159	1,284
0,00401	0,731	0,800	1,259	1,749	1,538	1,284	1,304
0,00531	0,786	0,837	1,361	2,061	1,811	1,423	1,325
0,00661	0,844	0,877	1,472	2,454	2,150	1,580	1,346
0,00791	0,906	0,918	1,594	2,962	2,582	1,758	1,367
0,00921	0,973	0,961	1,729	3,645	3,152	1,963	1,389
0,01051	1,044	1,006	1,878	4,612	3,937	2,201	1,410
0,01181	1,120	1,053	2,045	6,089	5,088	2,480	1,432
0,01311	1,203	1,102	2,233	8,619	6,938	2,813	1,455
$0 \leq \epsilon_l^{Np} \leq 0,006$							
$\bar{\epsilon}^D$	$r_0$	$r_{15}$	$r_{30}$	$r_{45}$	$r_{60}$	$r_{75}$	$r_{90}$
0,00011	0,575	0,879	1,295	1,285	0,934	0,939	0,920
0,00071	0,602	0,855	1,263	1,340	1,027	0,998	1,012
0,00131	0,630	0,832	1,232	1,394	1,120	1,058	1,103
0,00191	0,658	0,810	1,203	1,448	1,219	1,119	1,199
0,00251	0,688	0,788	1,175	1,504	1,325	1,183	1,303
0,00311	0,719	0,767	1,148	1,563	1,441	1,250	1,416
0,00371	0,751	0,746	1,121	1,624	1,569	1,321	1,541
0,00431	0,784	0,726	1,095	1,687	1,710	1,397	1,679
0,00491	0,819	0,707	1,070	1,754	1,868	1,478	1,834
0,00551	0,854	0,687	1,046	1,825	2,046	1,564	2,007
0,00611	0,892	0,669	1,022	1,899	2,247	1,656	2,202